



# Mathématiques Appliquées et Aéronautique

Bruno Stoufflet

*Dassault Aviation, Saint Cloud, France*



Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans l'autorisation écrite de DASSAULT AVIATION Proprietary Data



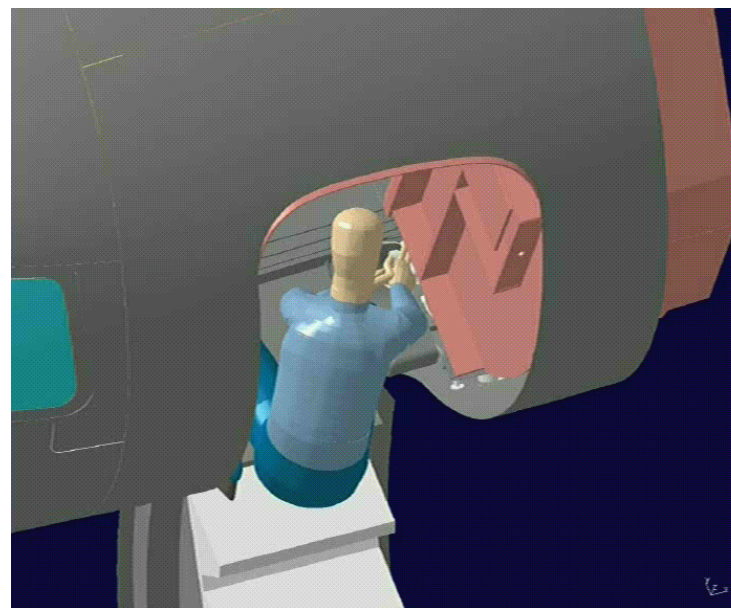
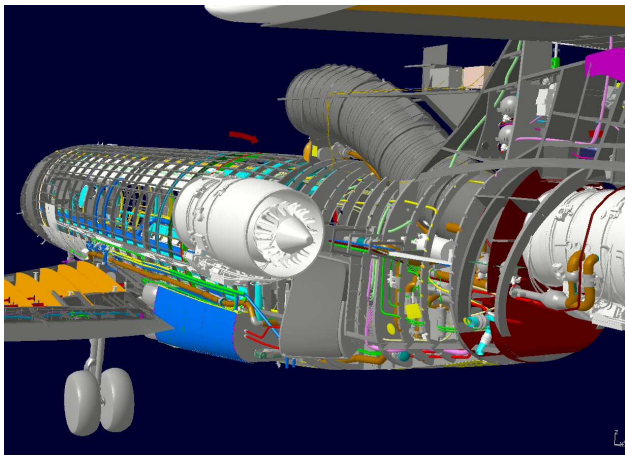
# *Mathématiques appliquées et aéronautique*

- **Ingénierie de conception**
  - processus de conception
  - modélisation
  
- **Ingénierie des systèmes et ingénierie logicielle**
  - algorithmique embarquée

# *Ingénierie de conception*

# La numérisation des processus de conception et fabrication: Falcon 7X

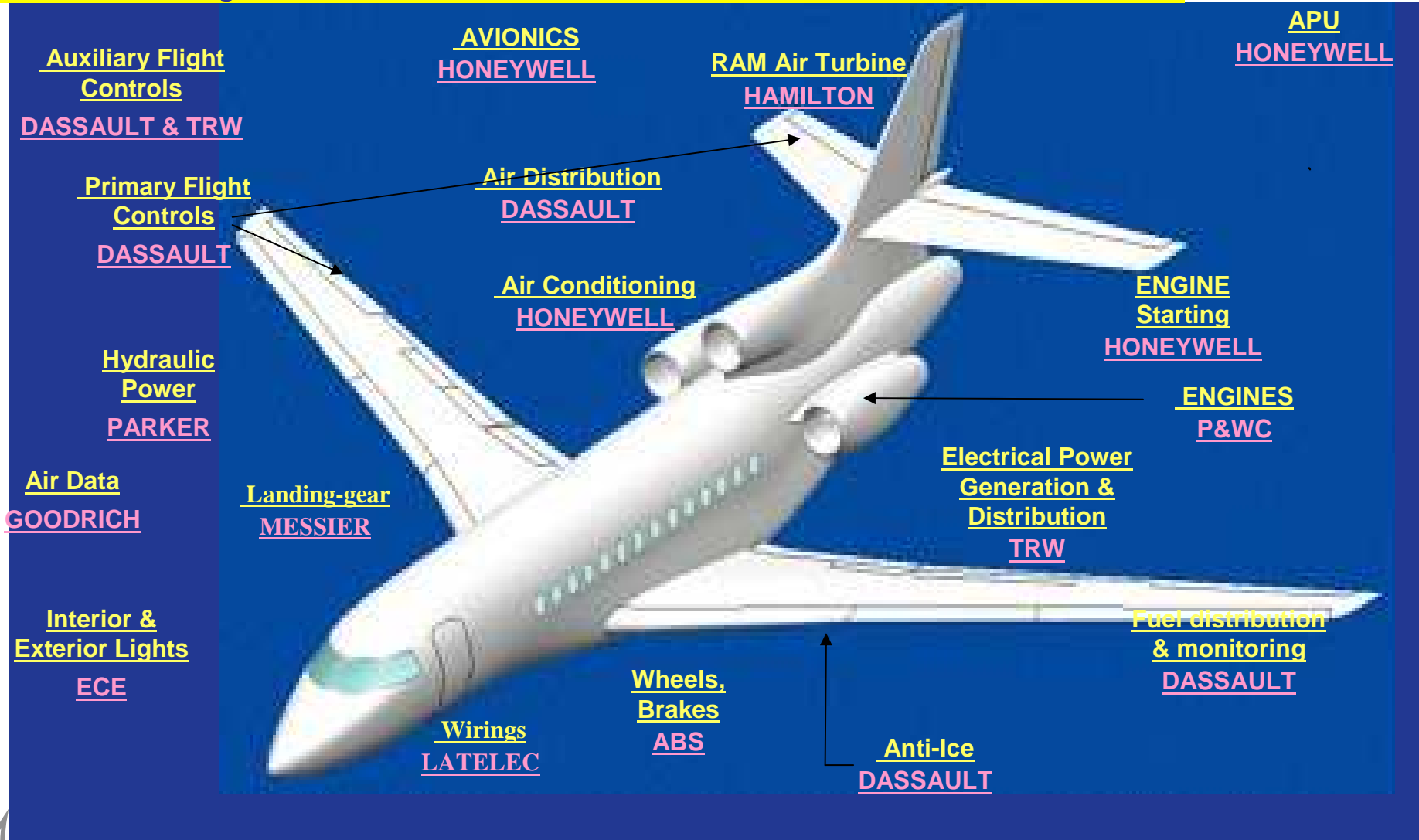
Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation.  
DASSAULT AVIATION Proprietary Data



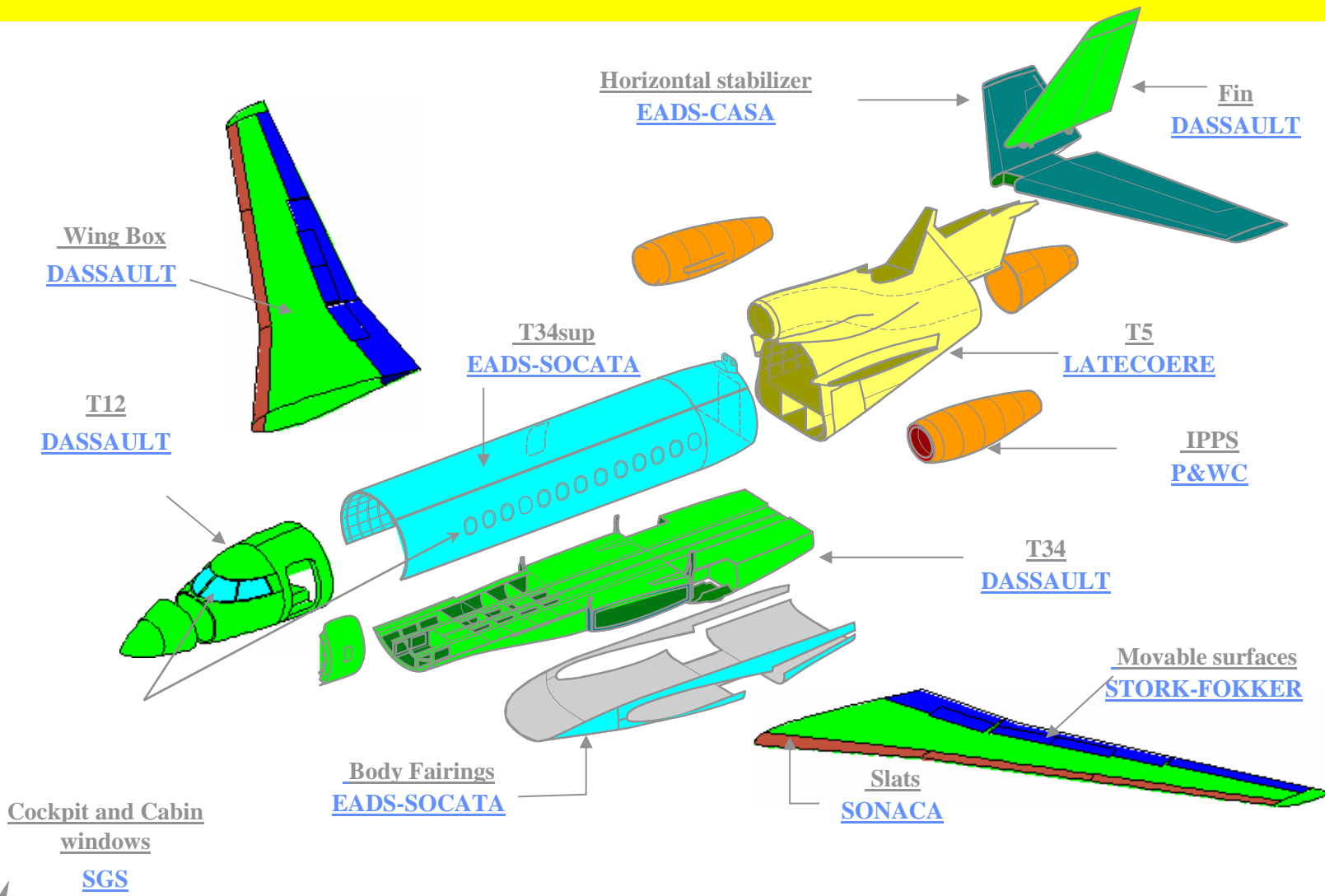


# Multipartenariat: Les Systèmes & Sous-systèmes du Falcon 7X

Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation. DASSAULT AVIATION Proprietary Data



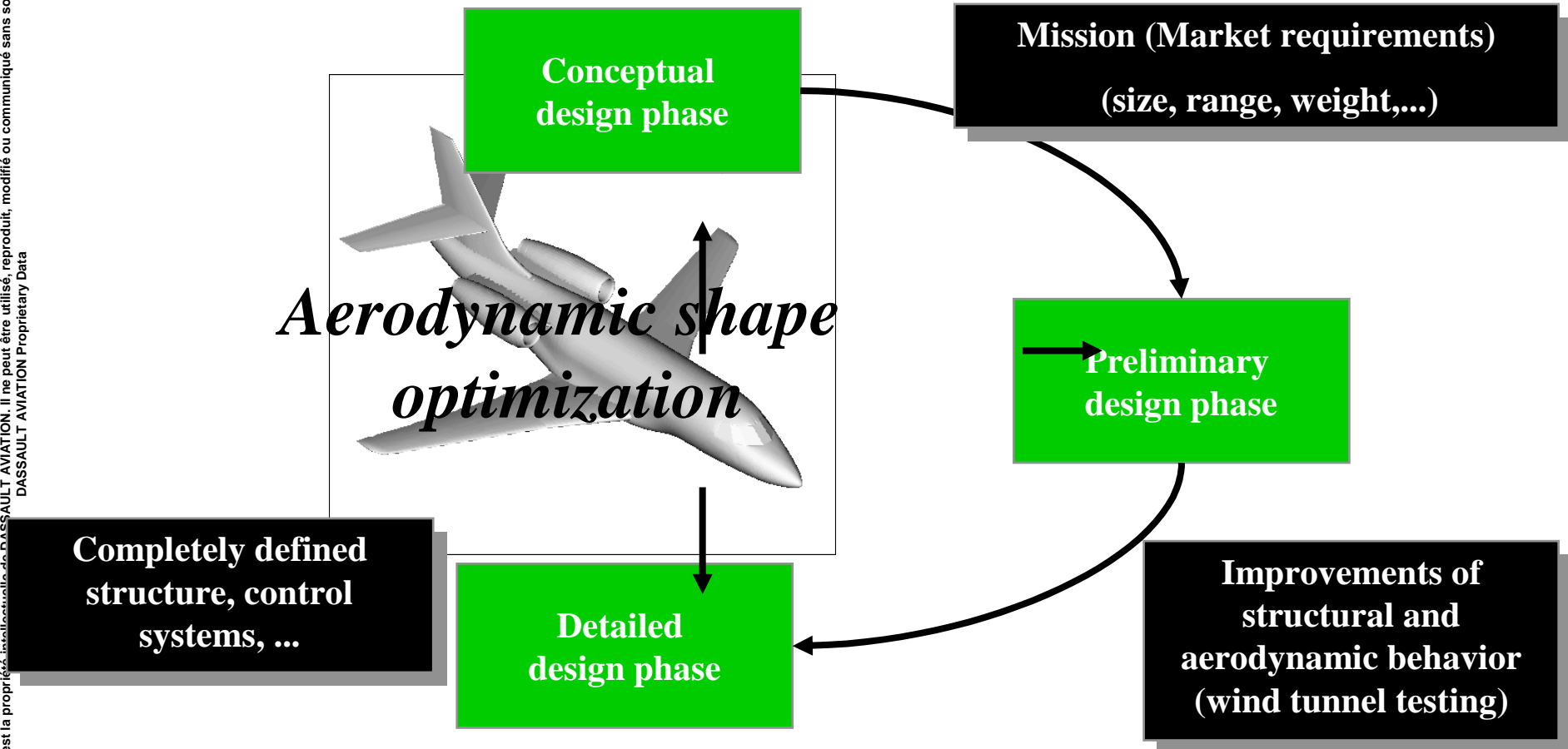
# Multipartenariat: La cellule du Falcon 7X



Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation.  
DASSAULT AVIATION Proprietary Data

# Méthodologie de conception: l'émergence de l'optimisation de forme

Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation.  
DASSAULT AVIATION Proprietary Data

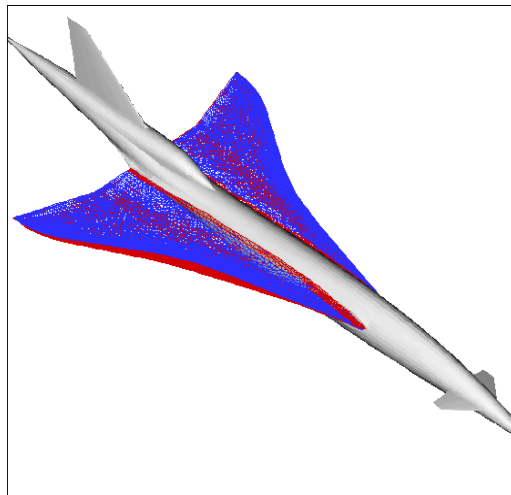


# Un exemple d'optimisation de voilure

- *Supersonic free stream Mach number = 1.8*
- *Drag minimization at a design point: heavy cruise prescribed lift coefficient*

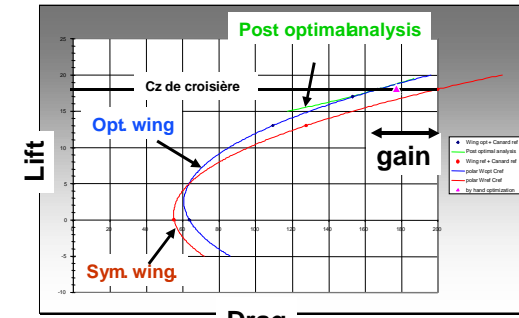
- *Design variables (39):*
  - *angle of attack*
  - *3 camber parameters and twist angle of 9 wing sections*
  - *angle of attack canard*
  - *canard root angle*
- (Planform parameters are given)*
- Leading edge radius is fixed*
- Wing body intersection is fixed*

**< 6 hours on 32 processors IBM-SP Power4+**



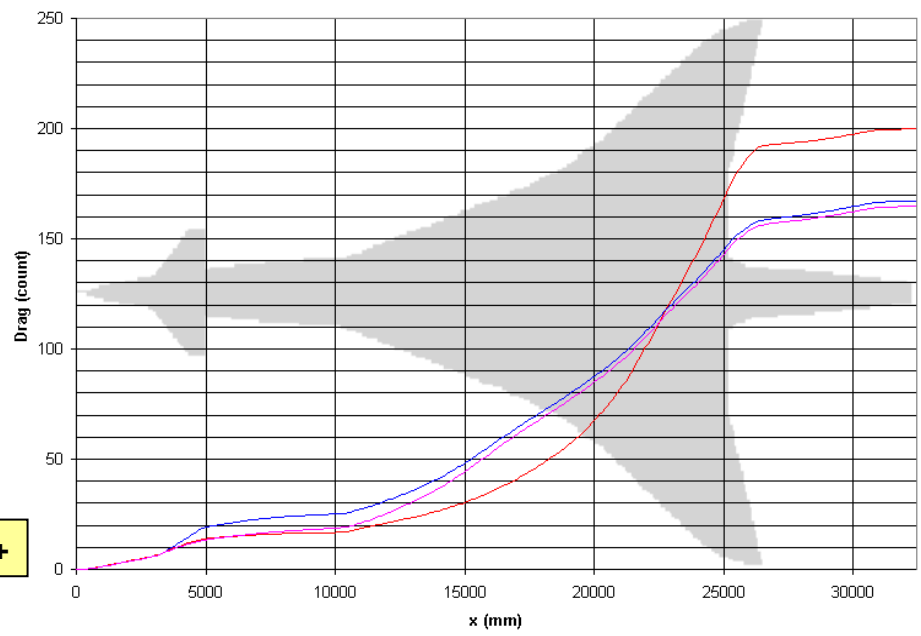
Cumulative CD for the whole plane

Supersonic cruise Mach=1.8  
Cz=0.18



**+40%** Drag  
on the progress opt. / sym.

▲ manual opt  
opt. in a few days / a few months



**35 counts less than baseline**

— Wing ref. + Canard ref.  
— Wing opt. + Canard ref.  
— Wing opt. + Canard opt.

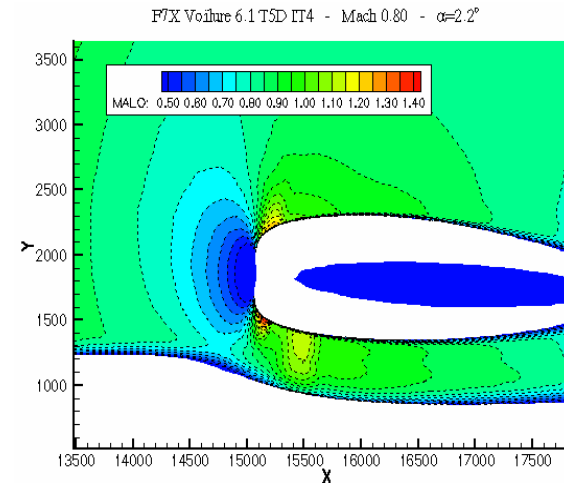
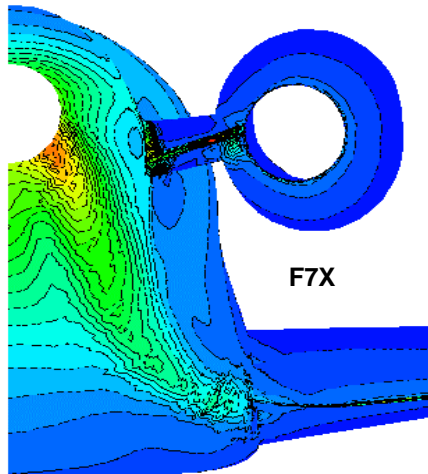
Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation. DASSAULT AVIATION Proprietary Data





# Optimisation de forme: Intégration propulsive

Automated shape optimisation for after body design:

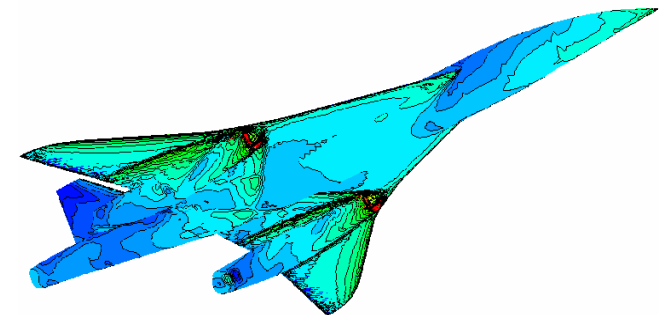
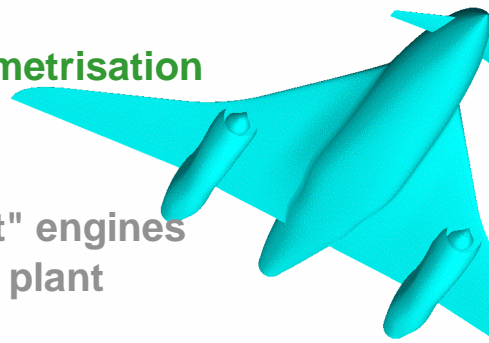


- **Requires**

- Optimisation based on 3D Navier Stokes with adjoint gradient
- Dedicated geometric parametrisation

- **Required for**

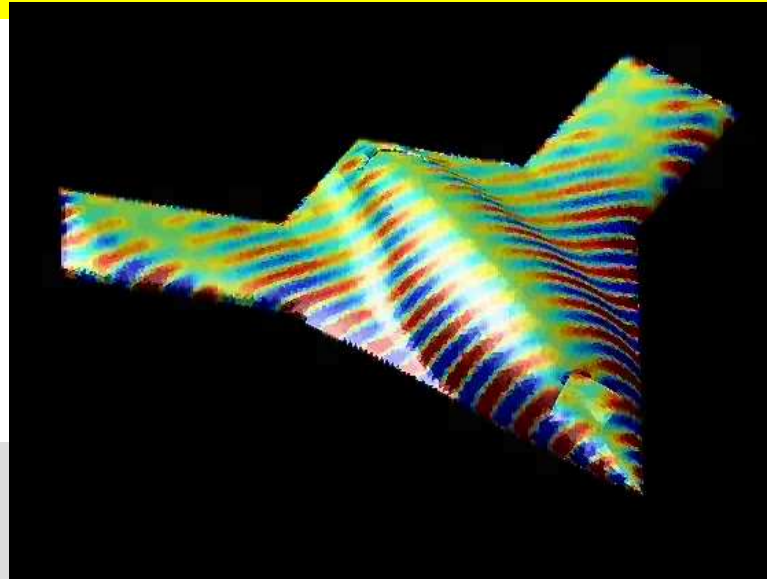
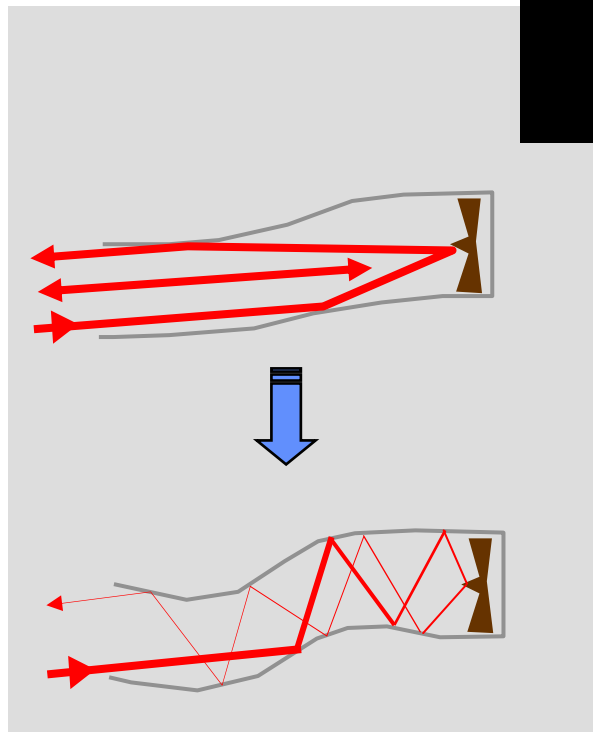
- Integration of larger "quiet" engines
- Integration of SSBJ power plant



**DASSAULT**  
A V I A T I O N

# Compromis définition des formes

Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation.  
DASSAULT AVIATION Proprietary Data



Matériau absorbant structural + revêtements

Conduit d'air courbé dans les plans XY et XZ

Absorbant de corps avant

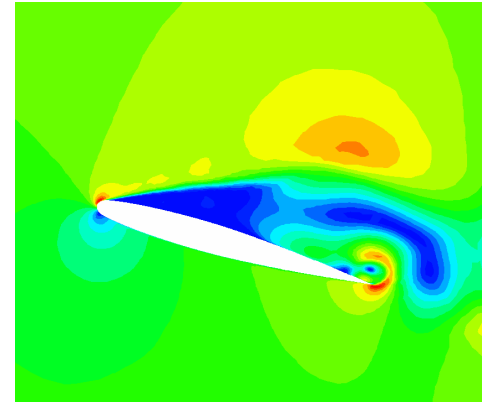
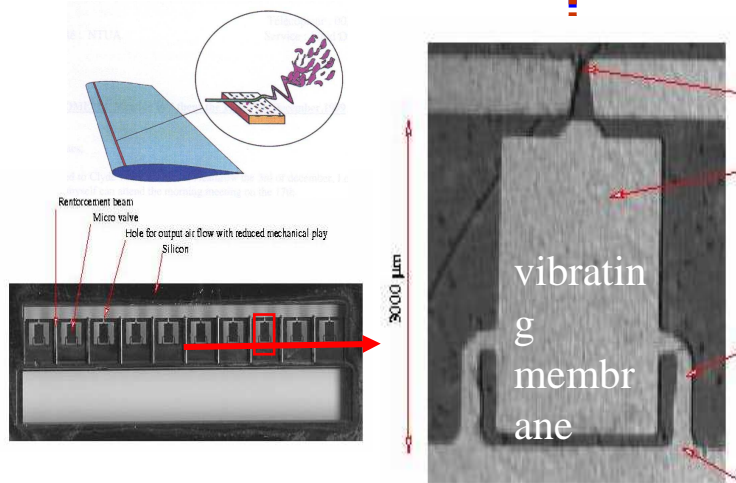


**DASSAULT**  
A V I A T I O N

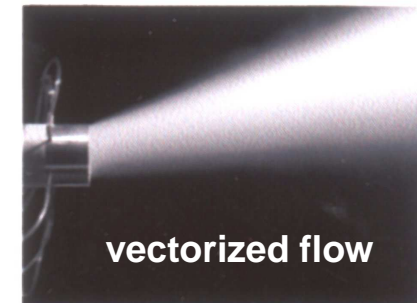
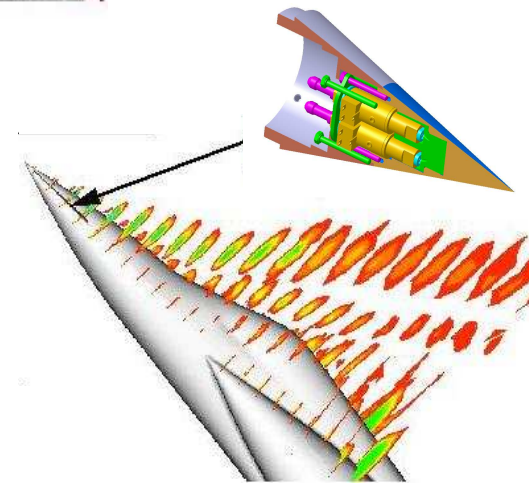
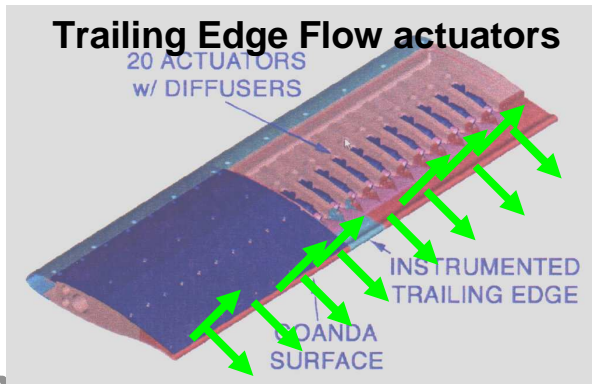
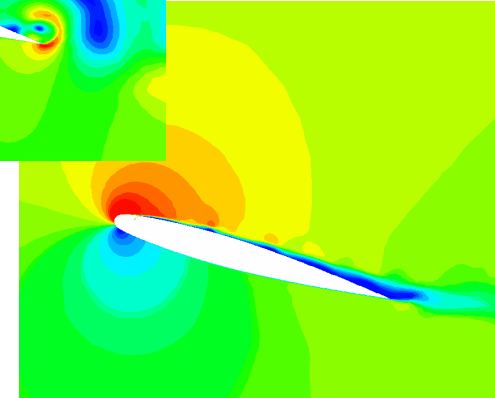
# Contrôle actif d'écoulement

## AEROMEMS European project

pulsated air jet 



Leading Edge flow control



vectorized flow

Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation. DASSAULT AVIATION Proprietary Data



# Les enjeux de la modélisation

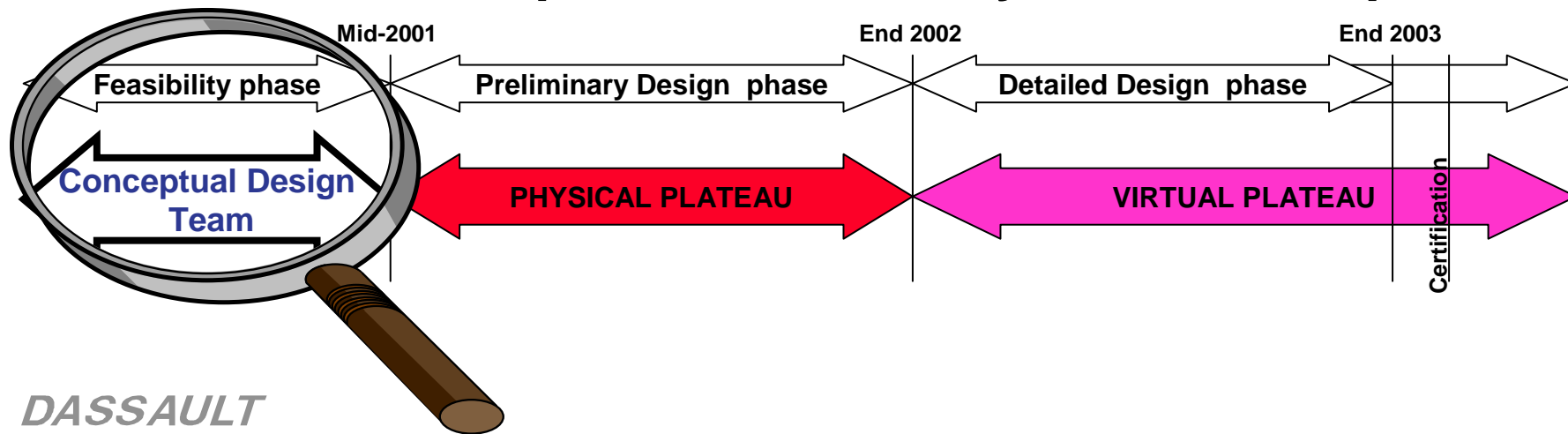
- ❑ Amélioration de l'efficacité en conception
- ❑ Modélisation aux frontières et phénomènes limitants
- ❑ Représentativité de la simulation
- ❑ Maîtrise d'œuvre et modélisation
- ❑ Prise en compte des incertitudes

# Les défis des méthodologies de conception future

- ❑ Mettre en œuvre une approche complète pour évaluer de façon systématique les trade-offs à tous les niveaux d'intégration dans un cadre de multipartenariat

## La conception et l'optimisation multi-disciplinaire

- ❑ Tirer bénéfice du partage des données et de la modélisation au plus tôt dans le cycle de conception





# Amélioration de l'efficacité en conception

*MDO: The art of efficiently managing the design parameters between disciplines and levels*

## MDO: MultiDisciplinary Optimization

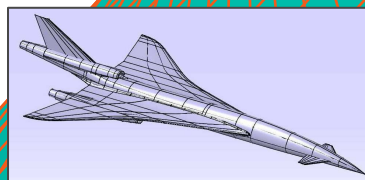
Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation. DASSAULT AVIATION Proprietary Data

Global Optimisation,  
Comparative assessments  
Trade off studies

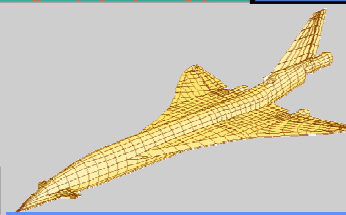
Open framework  
Surrogate models

Local Optimisation  
Critical point investigation  
Quantitative assessments

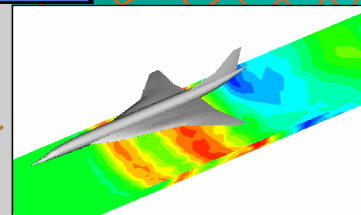
Fine analysis



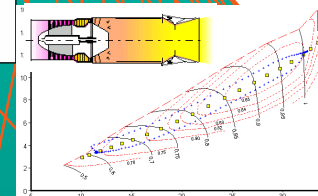
**Layout**  
(icl. certification issues)



**Airframe**  
(icl. weight estimation, aeroelasticity optimisation)



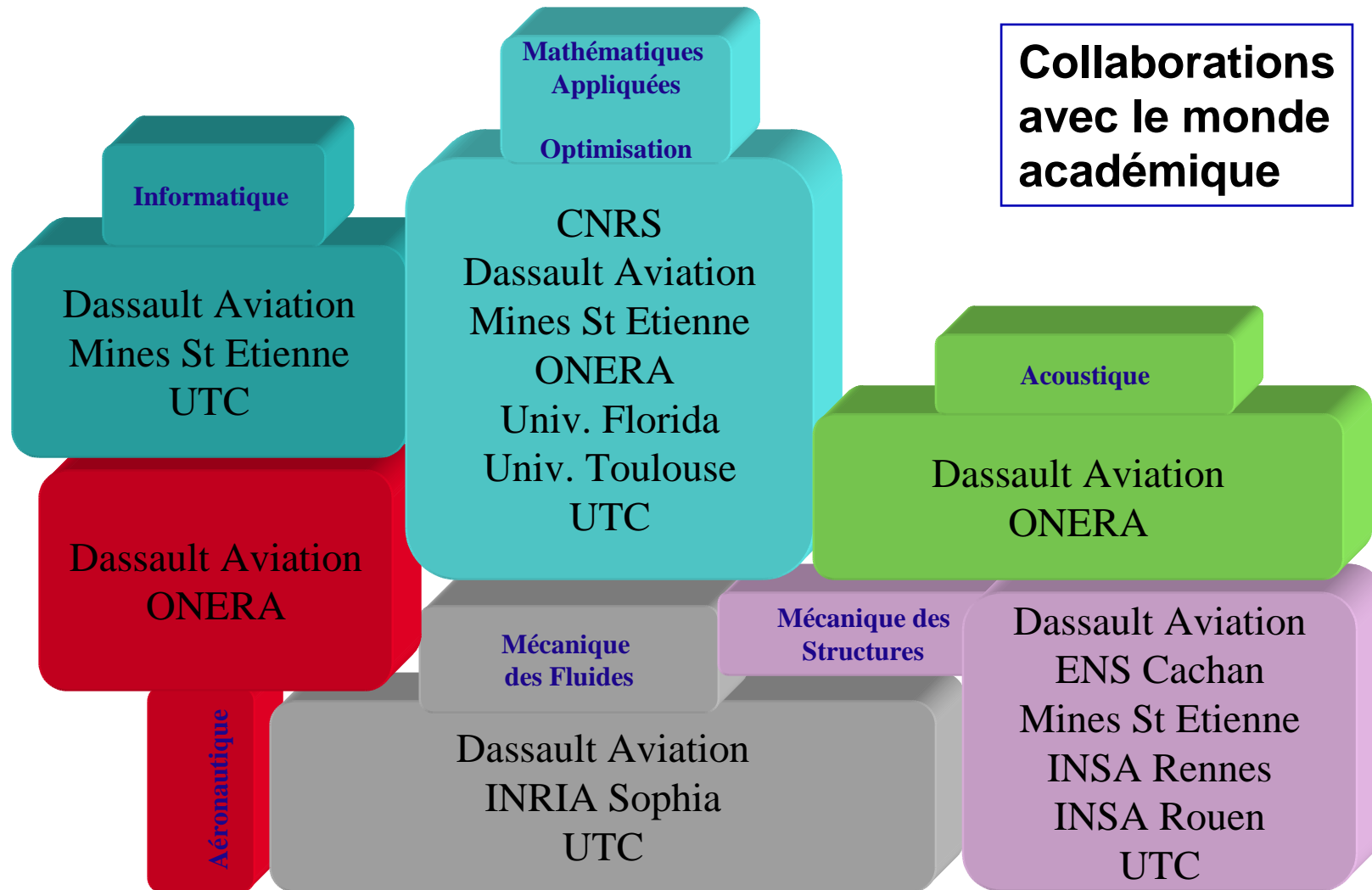
**Aerodynamics & Sonic Boom**



**Engine cycle**



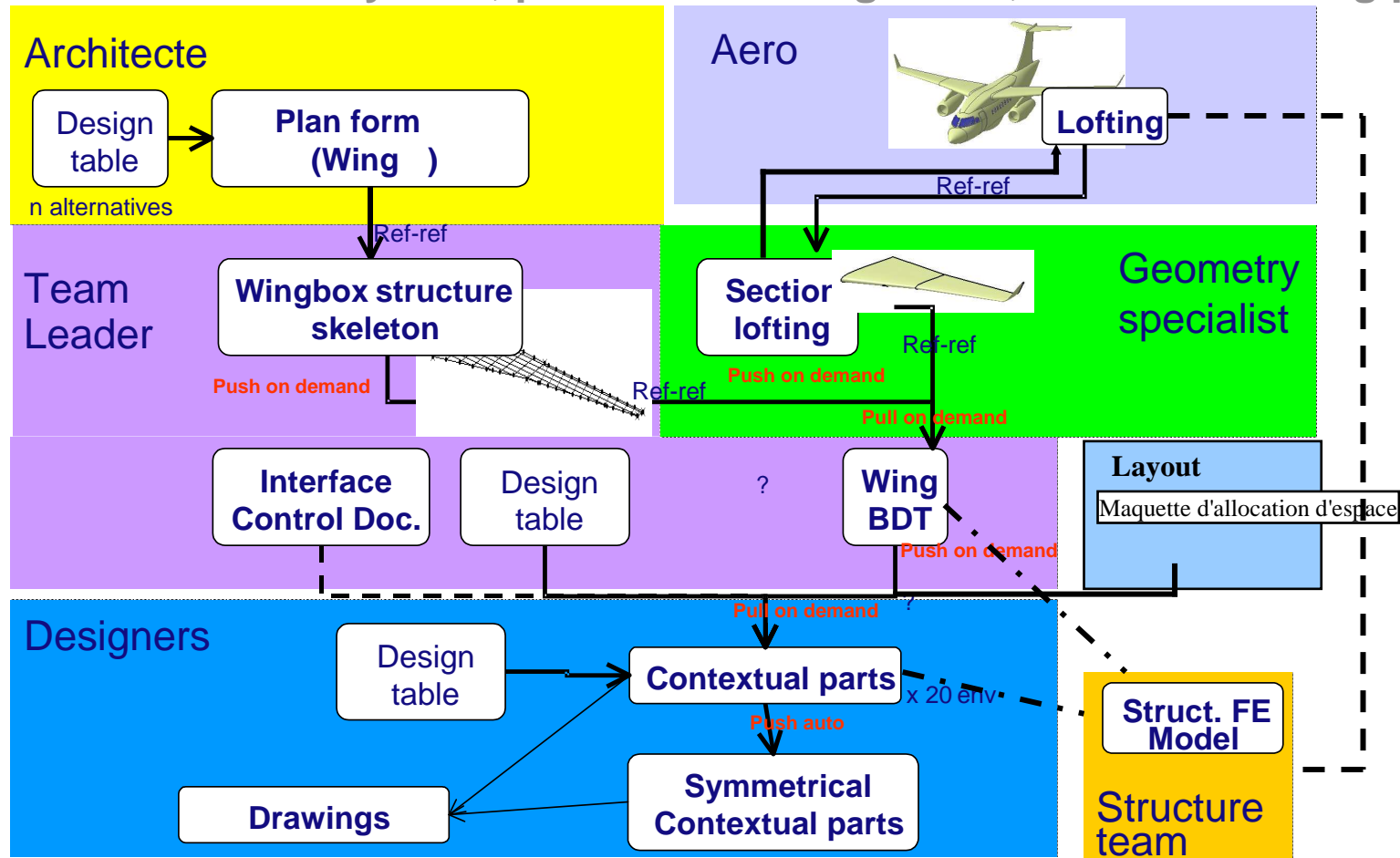
# Amélioration de l'efficacité en conception



Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation.  
DASSAULT AVIATION Proprietary Data

# Amélioration de l'efficacité en conception

A global information system, parameter management, decision-making process



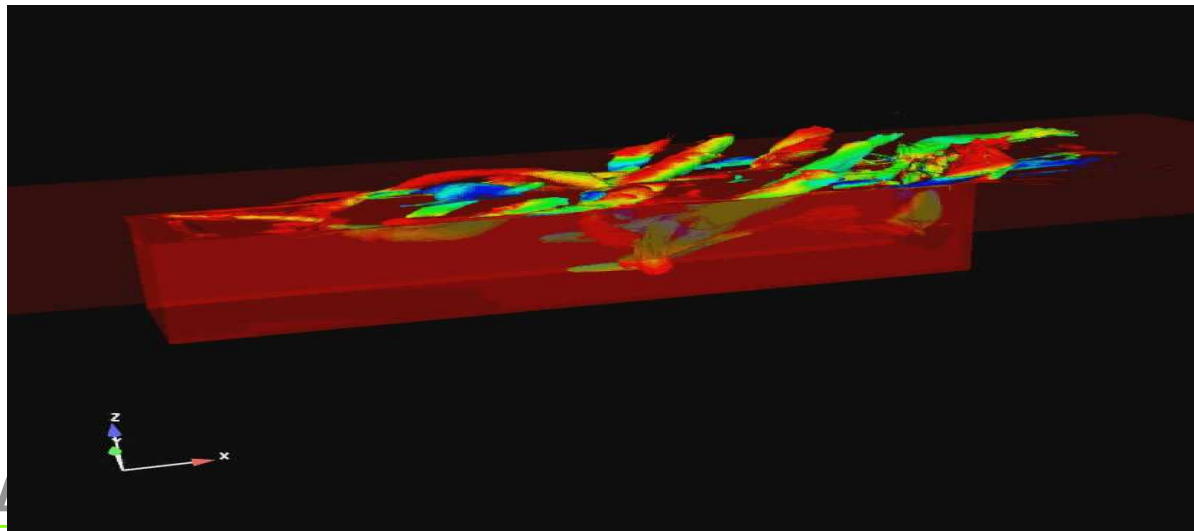
**First time right design requires the right information at the right time**

CATIA/ENOVIA based information system

Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation. DASSAULT AVIATION Proprietary Data

# Modélisation aux frontières

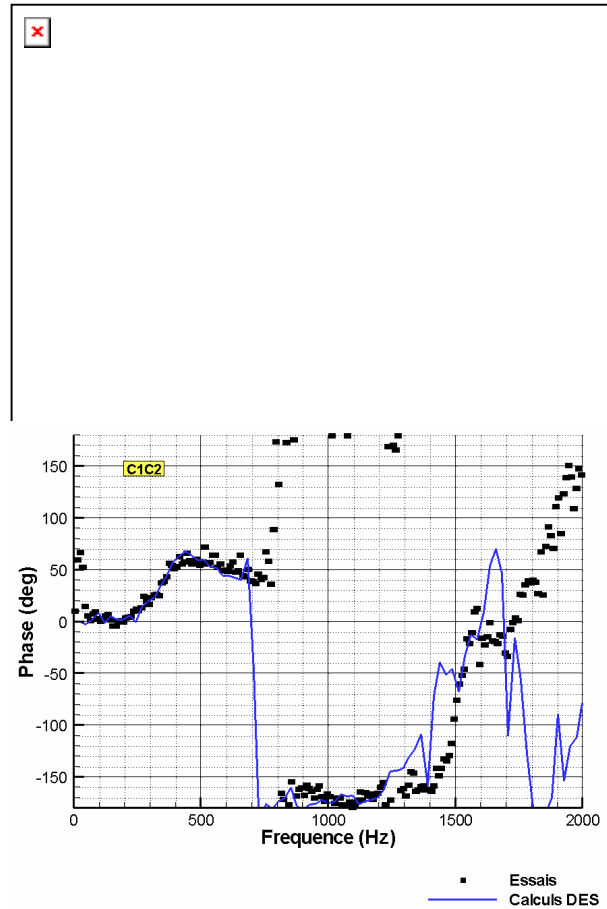
- ❑ Les outils de simulation en mécanique des fluides sont aujourd'hui matures pour mener les choix de conception mais un certain nombre d'insuffisances limitent leur usage étendu
  - la prédiction de la traînée
  - les écoulements séparés et les sillages
  - l'évaluation de la marge au tremblement
  - le comportement « moyen » d'écoulements « véritablement » instationnaires (LES, DES)



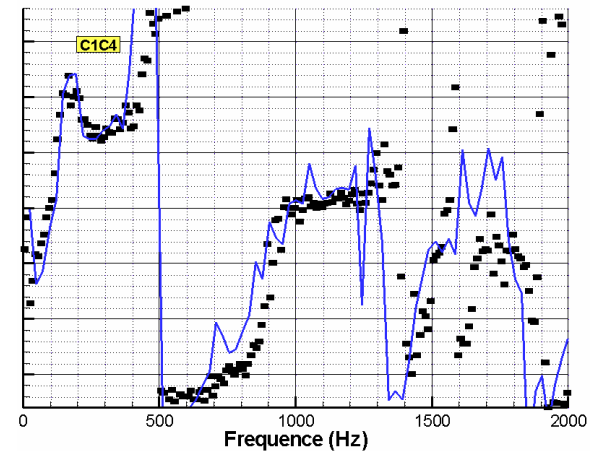
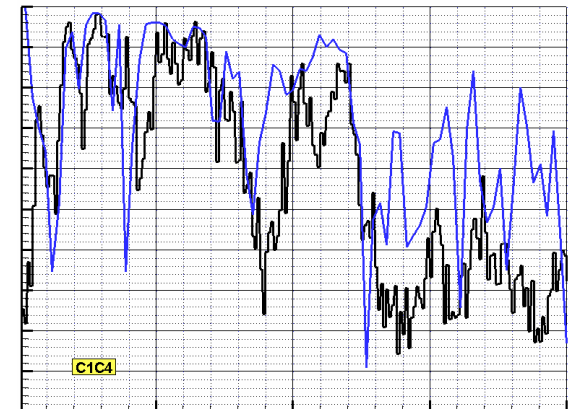
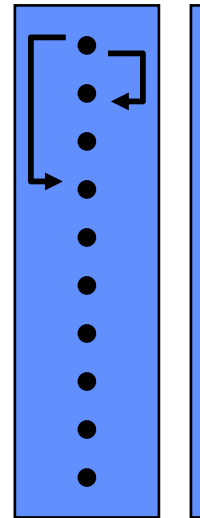
# Modélisation aux frontières

## Simulation du bruit large bande et des interspectres

Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation.  
DASSAULT AVIATION Proprietary Data



C(1)  
C(3)  
C(7)  
C(10)

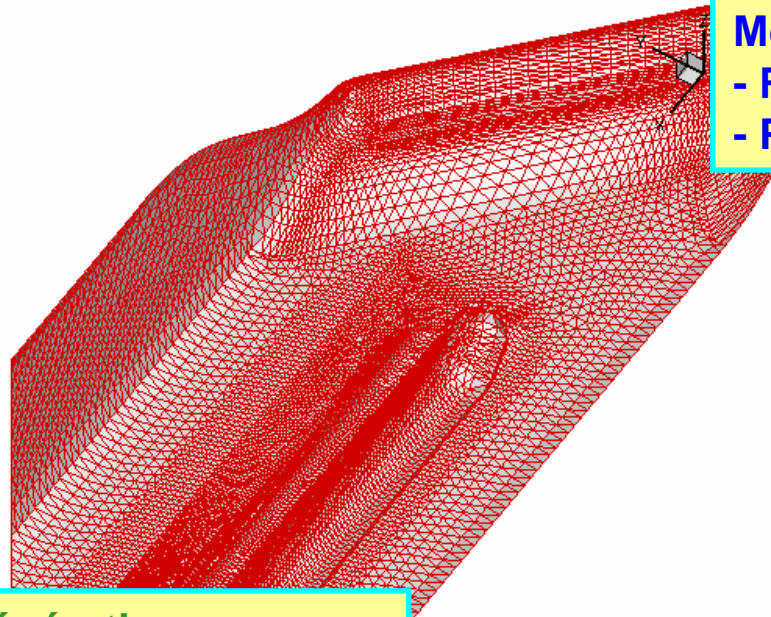


Inter-spectres normalisés en fond de soute



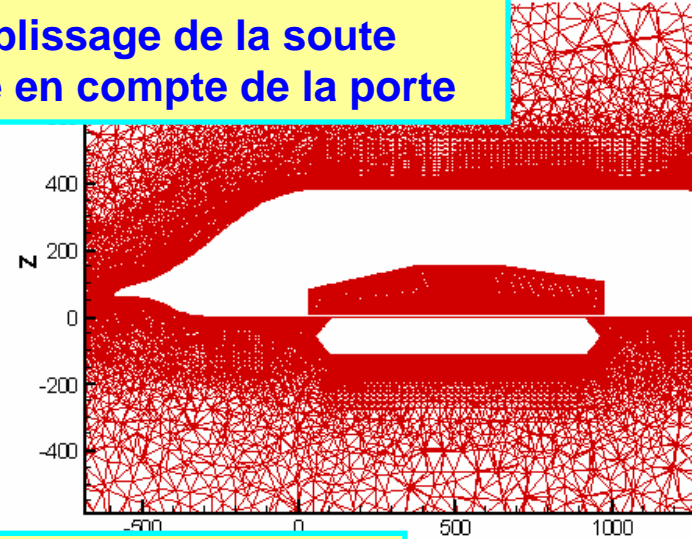
# Modélisation aux frontières: le maillage

Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation.  
AVIATION Proprietary Data

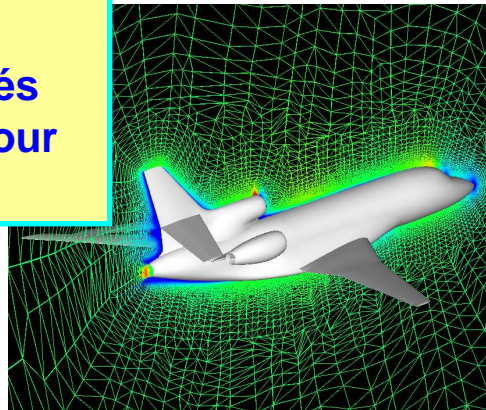


## Montée de couches

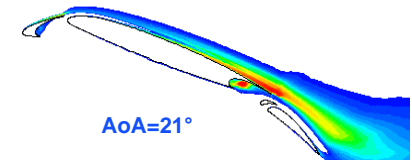
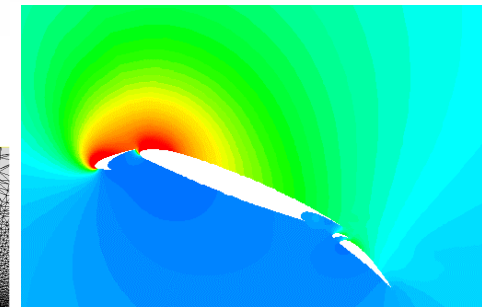
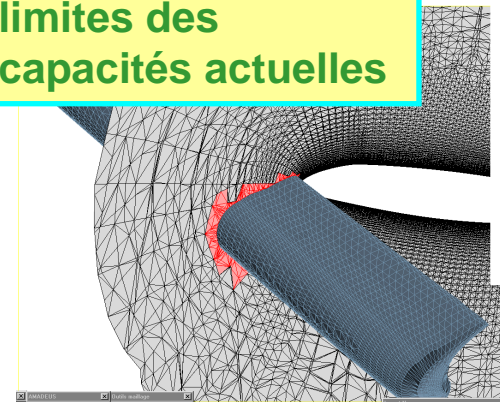
- Remplissage de la soute
- Prise en compte de la porte



Génération complètement automatique de maillages non-structurés adaptés (Euler and NS) pour avions complets

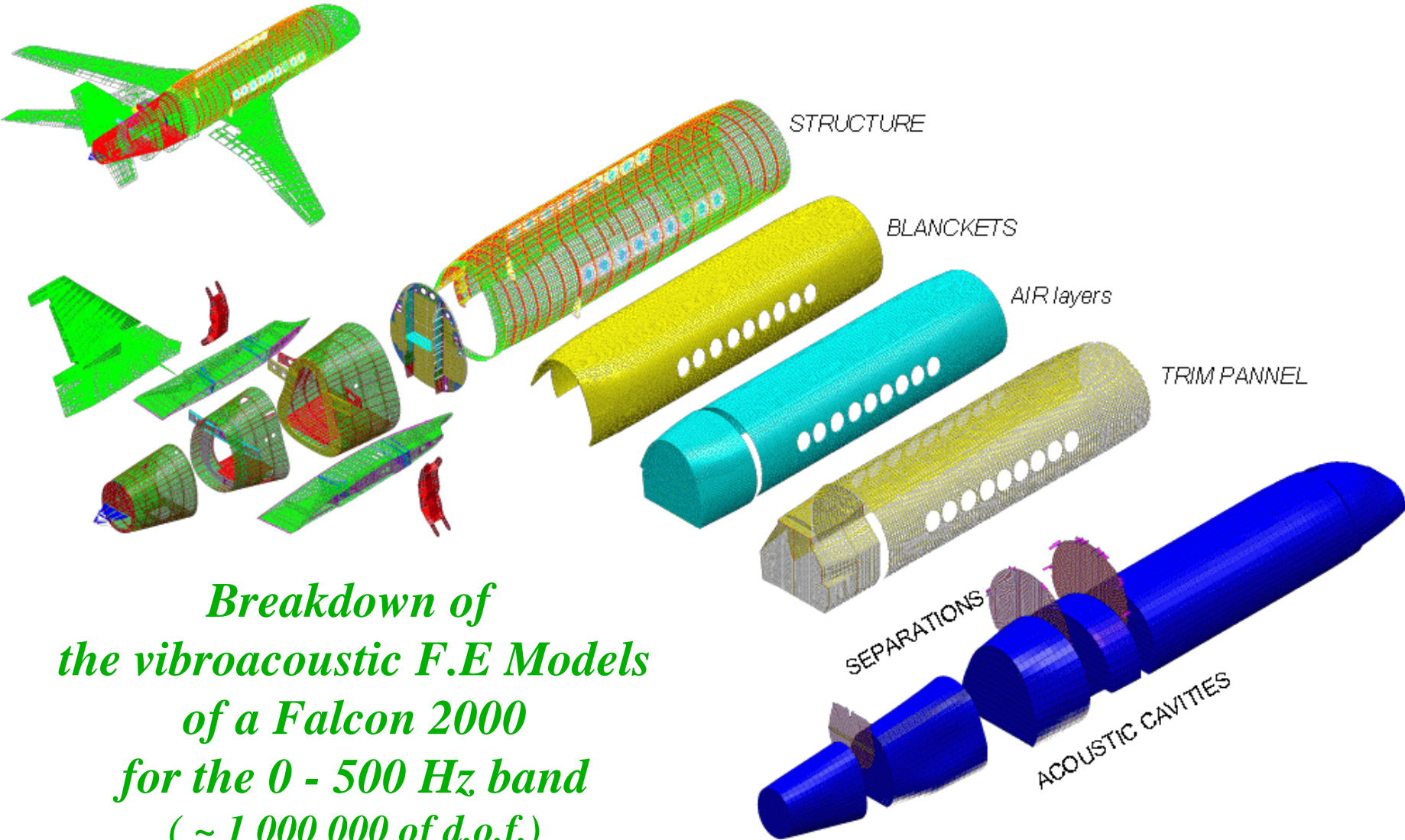


Maillages pour avion avec volets et becs sont aux limites des capacités actuelles



# Modélisation aux frontières

## Structural responses : 0-500 Hz Frequencies



*Breakdown of  
the vibroacoustic F.E Models  
of a Falcon 2000  
for the 0 - 500 Hz band  
( ~ 1 000 000 of d.o.f.)*

Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation.



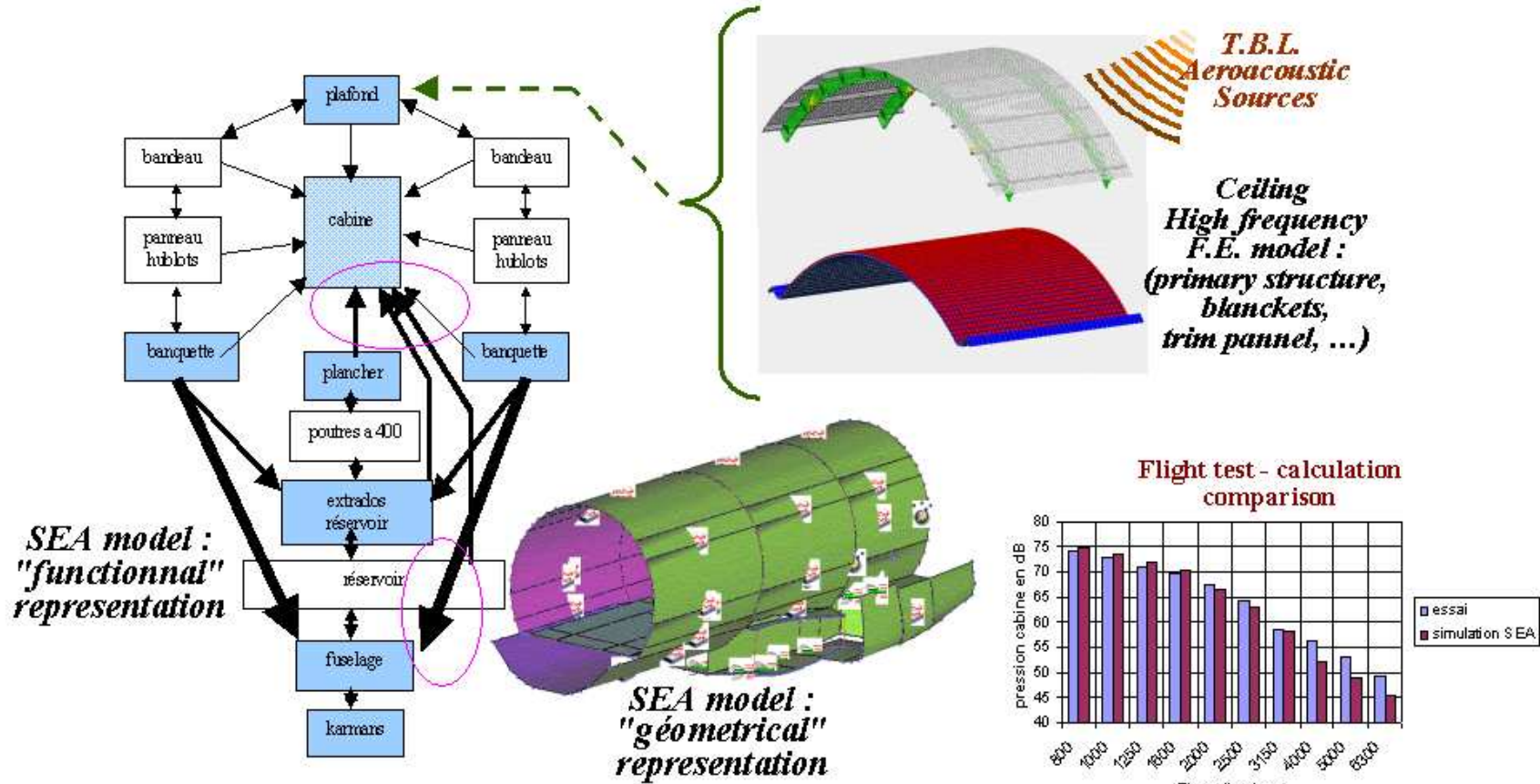


# Modélisation aux frontières

## Structural responses : Higher Frequencies

- for cabin noise analyses at higher frequencies (500 - 5000 Hz) meshes must be still more refined,
  - but long distance structural couplings can be neglected or simplified
- ⇒ hybrid procedure feeding a “SEA” model by results of “local” FE calculations

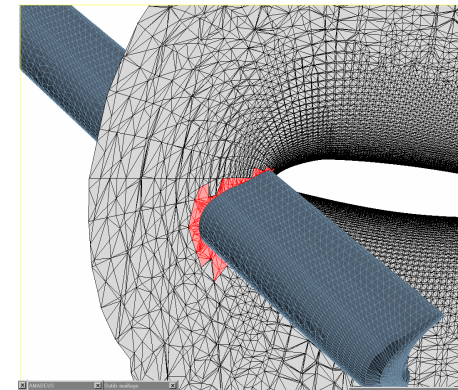
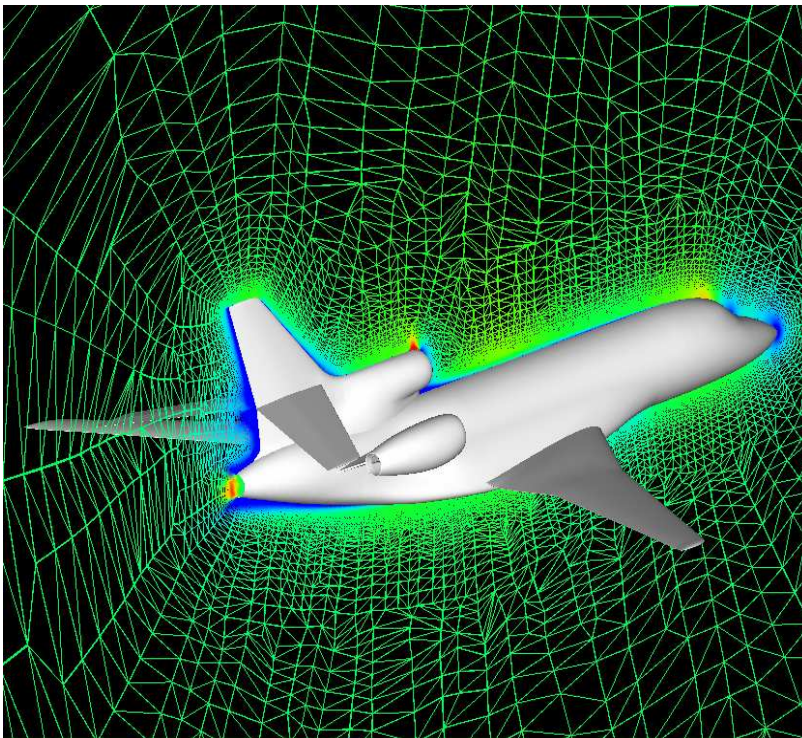
ommuniq  sans son autorisation



# Représentativité de la simulation

## □ Calcul: formes idéalisées

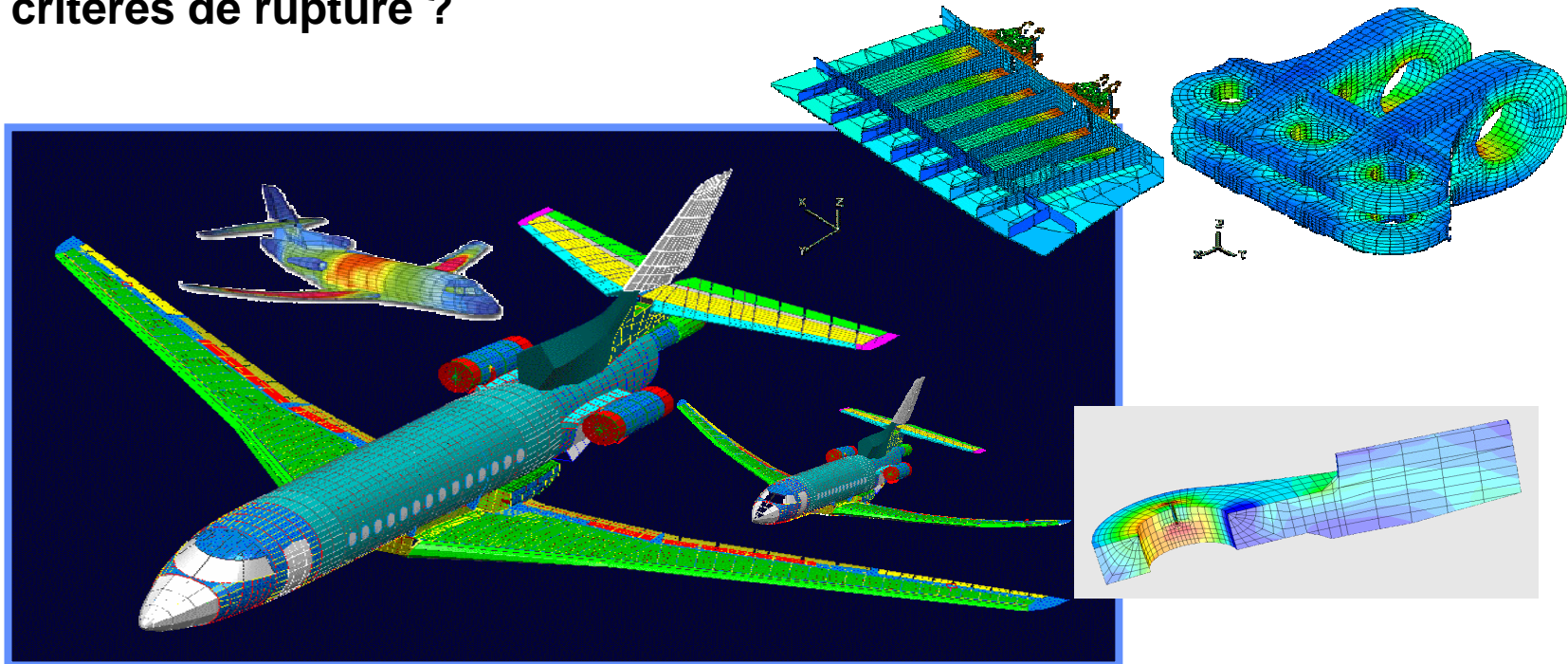
- Ce qui n'est pas représenté dans la simulation doit-il être pris en compte forfaitairement, par une approche statistique, par une approche multiéchelle ?





# Représentativité de la simulation

- ❑ Modèles généraux / modèles détaillés
  - identification de modèle
- ❑ Approches multiéchelle
  - Plus on descend en échelle, plus le nombre de paramètres à identifier pour les modèles augmente (modules matériaux vs multitude de paramètres pour des micro-modèles au niveau des grains)
  - critères de rupture ?

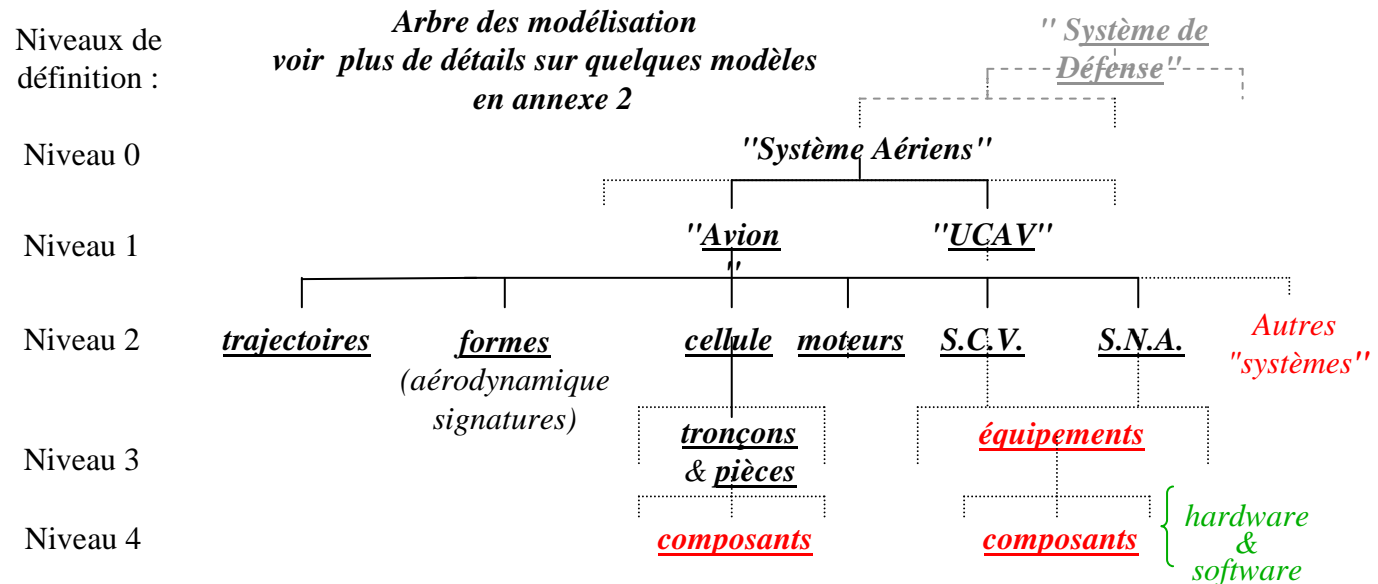


Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation.  
DASSAULT AVIATION Proprietary Data



# Maîtrise d'œuvre et simulation

Modélisation globale = modèle de définition + modèles d'analyse +  
**modèles des domaines de faisabilité des spécifications des sous-systèmes**



Faire en sorte que la réalisation d'un programme repose  
 sur l'instanciation de modèles prévalidés

# Maîtrise d'œuvre et simulation

- **En phase amont: généraliser la fourniture de modèles paramétrables (à spécifications ajustables)**
  - **Pré-filtrage de technologies**
  - **Domaine de faisabilité des spécifications de sous-systèmes**
  - **Capacité à spécifier dans le cadre d'un Request for Information**
  
- **Généraliser la modélisation pour mieux spécifier et réceptionner**
  - **Ex. tenue en vibration des équipements**
    - **Impédance pour l'évaluation globale**
    - **Fonction de transfert entre attaches et critères de défaillance pour évaluer si cela est admissible pour l'équipement**

# Prise en compte des incertitudes: Démarche probabiliste

phénomènes { aléatoires par nature  
imparfaitement voire mal connus

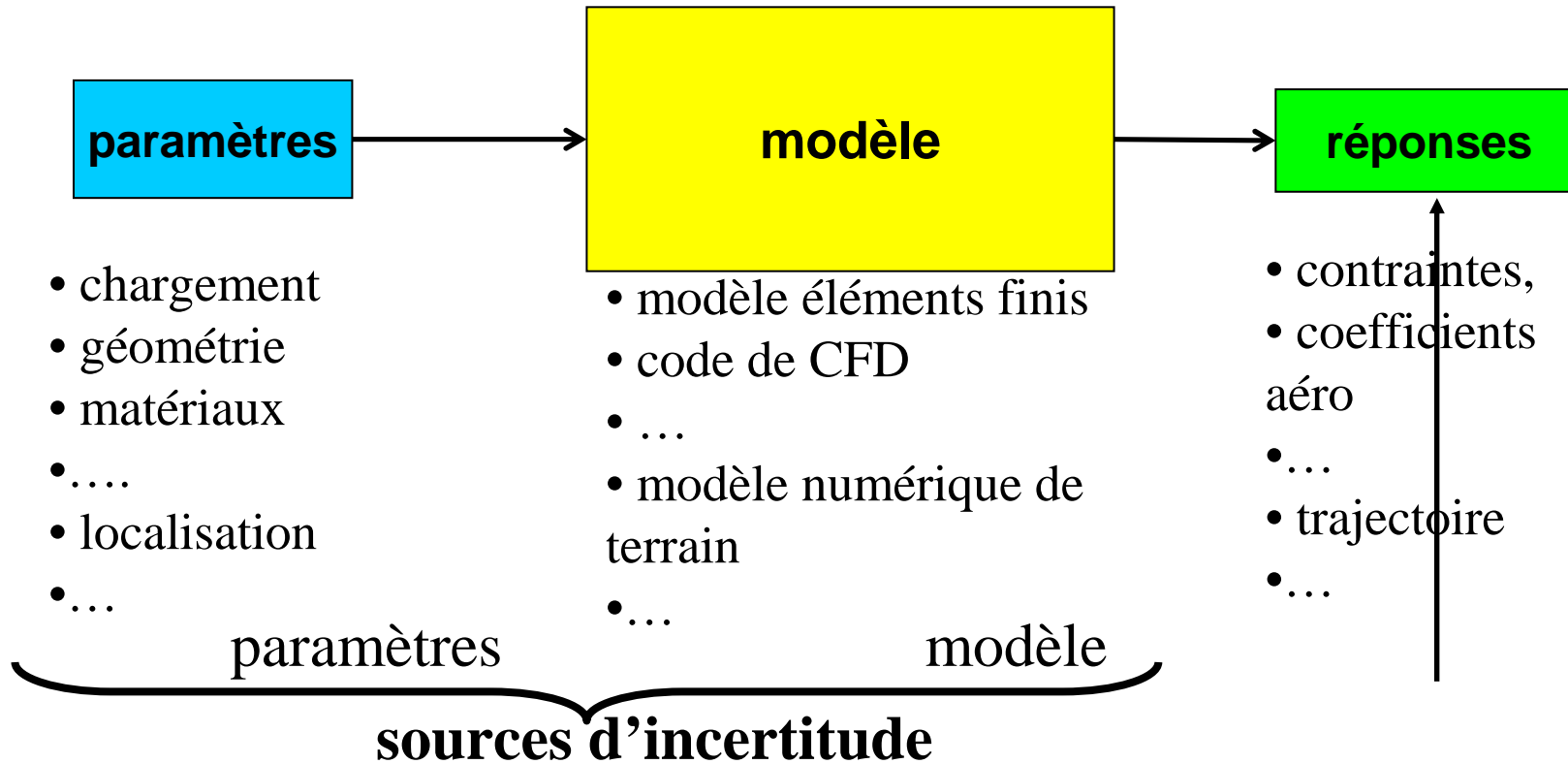
dont la connaissance plus détaillée est { physiquement impossible  
difficile ou très chère

“aléatoire = ce qu’on ne connaît pas précisément”

Approche aléatoire:

- Tous les paramètres sont considérés comme des variables aléatoires  
Recouvre le cas particulier de l'événement parfaitement connu (pdf =  $\delta$ )
- Cadre conceptuel s'appuyant sur des outils mathématiques puissants  
permettant de maximiser l'utilisation des informations disponibles.

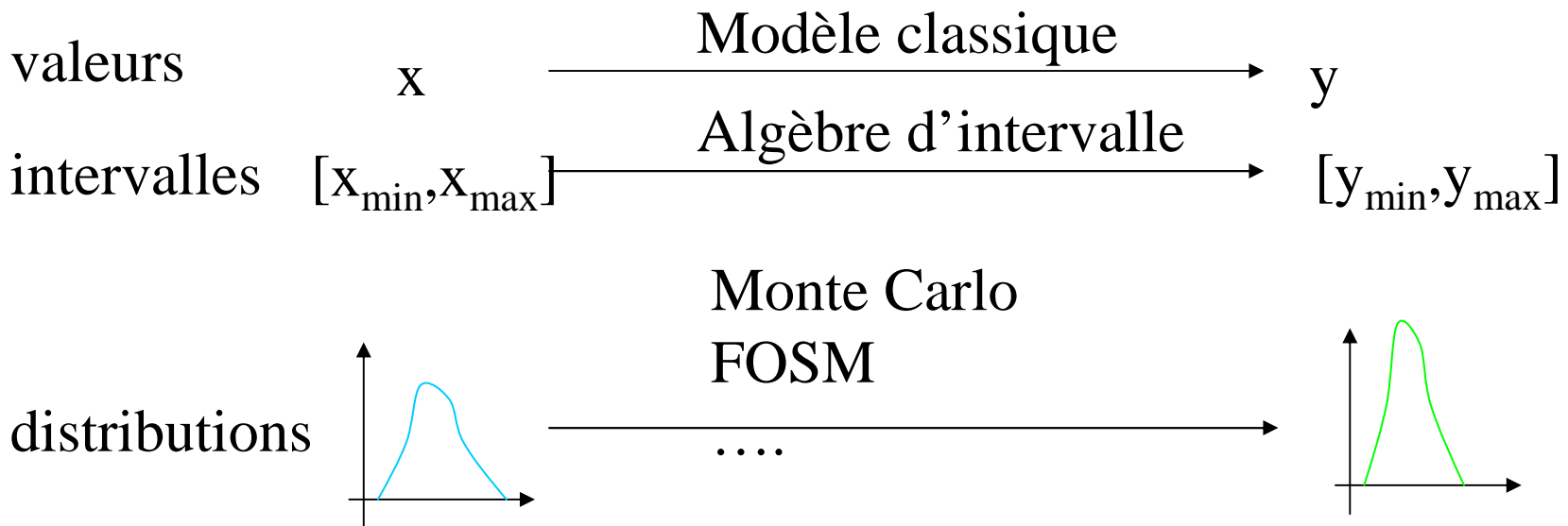
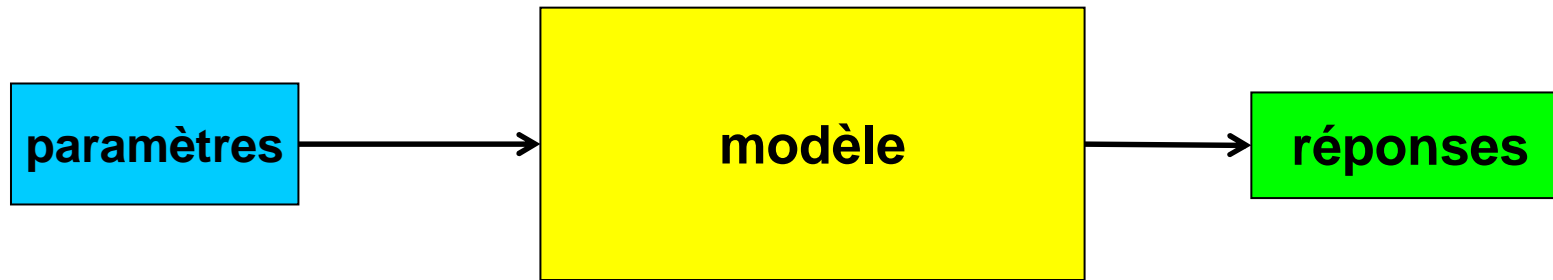
# Incertitudes en modélisation



Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation. DASSAULT AVIATION Proprietary Data

**La validation est une question ouverte :  
par nature, toutes les informations ne sont pas disponibles !**

# Détermination des incertitudes



Ce document est la propriété intellectuelle de DASSAULT AVIATION. Il ne peut être utilisé, reproduit, modifié ou communiqué sans son autorisation. DASSAULT AVIATION Proprietary Data



# Prise en compte des incertitudes: Challenge futur

## Conception robuste et optimisation sous incertitudes

Difficulté croissante

1. Quantifier la probabilité de non respect des spécifications
  2. Déterminer la sensibilité des réponses modèles vis à vis des incertitudes sur les paramètres
- Etendre l'approche MDO à l'optimisation robuste de la configuration

# Autres perspectives

- ❑ **Place de la simulation dans la certification / qualification**
  - relation industriel / autorité
  
- ❑ **Place des simulations technico-opérationnelles**
  - vérification, validation, base scientifique
  
- ❑ **La simulation complète du produit**
  - maquette numérique fonctionnelle
  
- ❑ **La modélisation par les données**
  - méthodes à noyaux

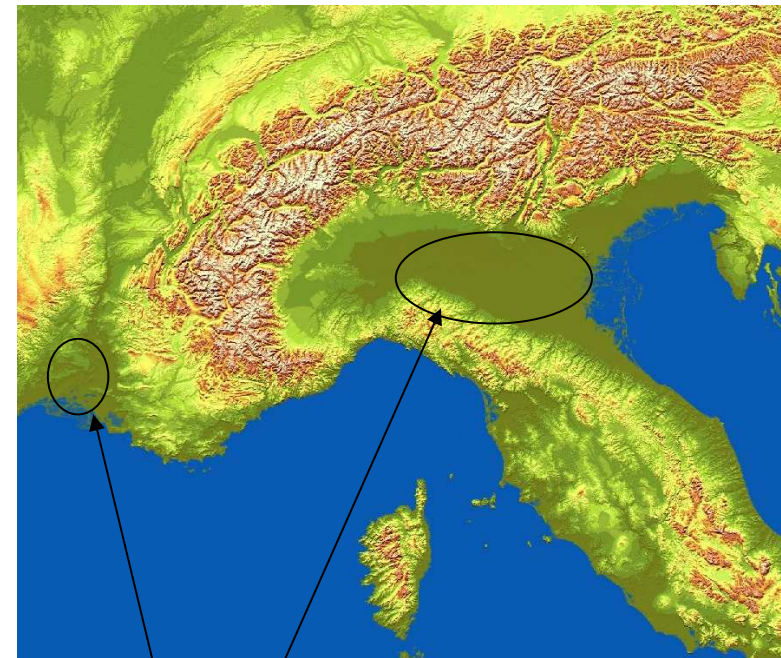
# *Ingénierie des systèmes et ingénierie logicielle*

# Démarche probabiliste: exemple

*Probabilité de se tromper sur une hauteur de consigne en vol suivi de terrain ?*

Modèle Numérique de Terrain:  
données localement imparfaites  
de sources différentes

Fusionner les sources :  
construire un modèle  
stochastique compensant de  
façon mathématiquement  
justifiée les erreurs locales



Trous dans les données sources

# Fusion de donnée multicateurs

ns son autorisation.

But : estimer les états des « cibles »

1. « Associer »
2. Estimer à partir des associations

Objectif: substituer à

- MHT
- Kalman

une approche à base de

Estimer directement

- Ensembles aléatoires
- Filtrage particulière

# Fusion de donnée multicapteurs

communiqué sans son autorisation.

Problème du filtrage : évaluer le « flot » de mesures  $\mathbf{p}_0, \pi_0^{v_0}, \dots, \mathbf{p}_t^{v_{0:t-1}}, \pi_t^{v_{0:t}}, \dots$

satisfaisant la formule de Bayes : 
$$\begin{cases} \pi_t^{v_{0:t}} = \Phi_t^{v_t}(\mathbf{p}_t^{v_{0:t-1}}) \\ \mathbf{p}_t^{v_{0:t-1}} = \pi_{t-1}^{v_{0:t-1}} Q_t \end{cases}$$

Évaluation exacte impossible  $\longrightarrow$  Monté Carlo : Filtrage Particulaire

# Fusion de donnée multicapteurs

lé ou communiqué sans son autorisation.

Problème du filtrage : évaluer le « flot » de mesures

$$\mathbf{p}_0, \pi_0^{\mathbf{v}_0}, \dots, \mathbf{p}_t^{\mathbf{v}_{0:t-1}}, \pi_t^{\mathbf{v}_{0:t}}, \dots$$

satisfaisant la formule de Bayes :

$$\begin{cases} \pi_t^{\mathbf{v}_{0:t}} = \Phi_t^{\mathbf{v}_t}(\mathbf{p}_t^{\mathbf{v}_{0:t-1}}) \\ \mathbf{p}_t^{\mathbf{v}_{0:t-1}} = \pi_{t-1}^{\mathbf{v}_{0:t-1}} Q_t \end{cases}$$

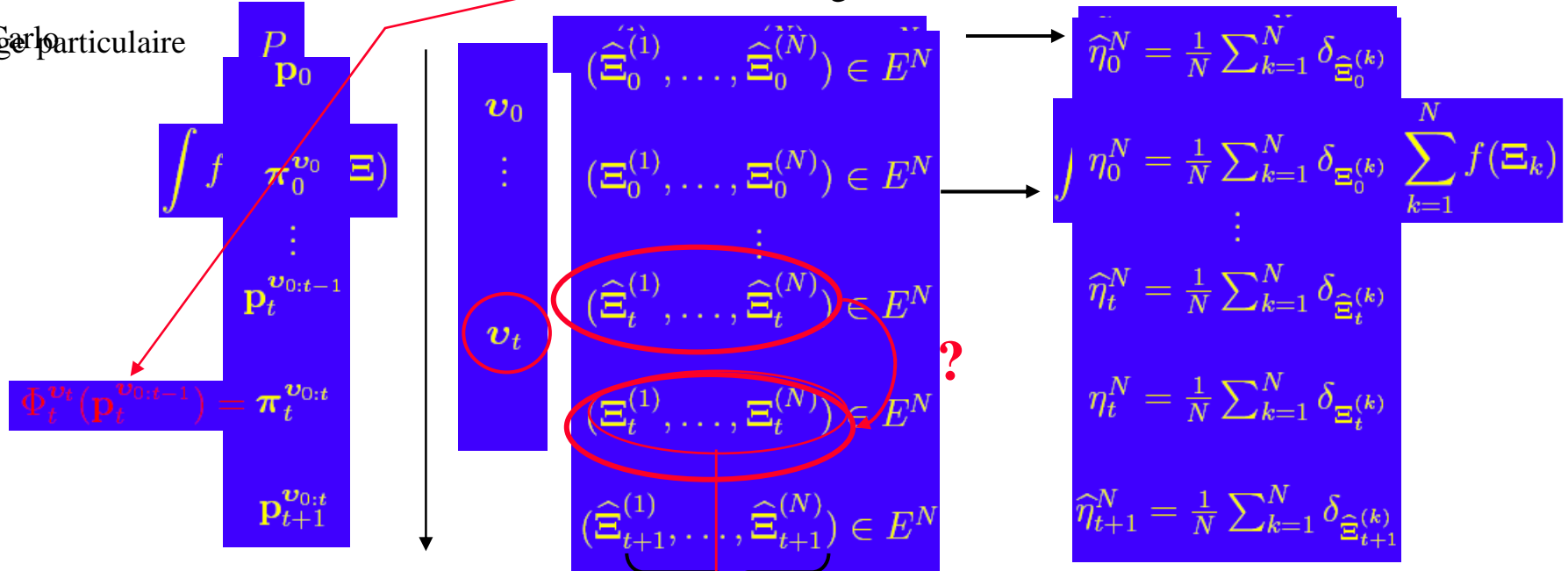
Filtrage particulaire :

Monte Carlo

loi à estimer

échantillonnage

estimateur



N particules

i.i.d ~

$$\Phi_t^{\mathbf{v}_t}(m)(f) = \frac{\int_E f(\xi) g_t(\mathbf{v}_t, \xi) m(d\xi)}{\int_E g_t(\mathbf{v}_t, \xi) m(d\xi)}$$

$$\Phi_t^{\mathbf{v}_t}(\hat{\eta}_t^N) = \sum_{n=1}^N \frac{g_t(\mathbf{v}_t, \hat{\Xi}_t^{(n)})}{\sum_{k=1}^N g_t(\mathbf{v}_t, \hat{\Xi}_t^{(k)})} \delta_{\hat{\Xi}_t^{(n)}}$$



# Dimensionnement d'une flotte

**Pb** Dimensionner une flotte d'avions pour réaliser un objectif opérationnel :  $T$  (heures x avion)

**Hyp** Soit  $N$  la taille de la flotte

les longévités des avions sont des var  $L_1, L_2, \dots, L_N$

• Soit  $D_N = L_1 + L_2 + \dots + L_N$  la var quantité d'heures x avion délivrée

•  $\Pr(D_N \geq T)$  est une suite croissante

• Pour une "borne de confiance"  $\alpha \in [0; 1[$  (grand) fixée on cherche

$$\min\{N \in \mathbb{N} : \Pr(D_N \geq T) \geq \alpha\}$$

Formulation  
probabiliste

# Planification embarquée

Requis pour augmenter l'autonomie des engins sans pilotes :

- robots, satellites, mars rovers, UAVs, AUVs ...

## • Raisonnement

- les buts
- les actions
- les durées
- les ressources
- les coûts ...

Domaine

- ressources limitées
  - mémoire, CPU
- en interaction
  - MMS, opérateur, engin
- situation dynamique (évènements)

Exigences de l'embarqué

➤ Nécessite :

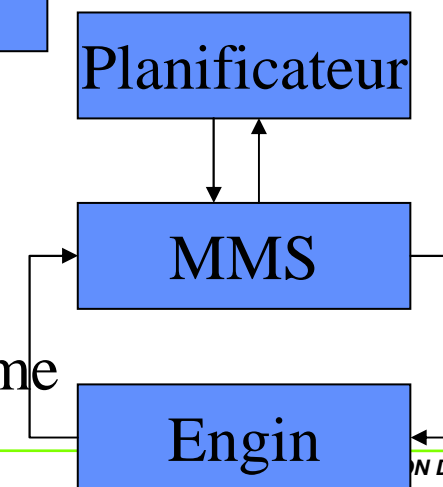
➤ un solveur de contraintes adapté

➤ compatible avec l'architecture système

Planificateur

MMS

Engin



IN DEFENSE

# Ingénierie logicielle

- ❑ Vérification formelle de propriétés (spécification exécutable)
  - Langage Esterel
  
- ❑ Preuve de programme
  - Raisonnement mathématique sur le code source (logique de Floyd-Hoare),
  - Preuve « semi-automatique », dirigée par un utilisateur « expert »