Commentaires sur

Variation et optimisation de formes

d'Antoine Henrot et Michel Pierre

Ce livre présente de nombreuses facettes de l'optimisation de forme, c'est-à-dire de la recherche d'un domaine géométrique minimisant une grandeur qui lui est liée, soit directement comme son périmètre, soit indirectement comme la traînée d'un corps qui en dépend *via* la solution des équations de Navier–Stokes à l'extérieur du domaine. Les nombreux exemples présentés au **chapitre 1** donnent un bon aperçu de la richesse du sujet. L'optimisation est une question non résolue pour la majorité des innombrables exemples issus de la physique ce qui en fait une mine de (difficiles) problèmes pour le mathématicien. Le **chapitre 4** présente quelques uns des problèmes dont la solution est connue. À défaut d'obtenir l'existence d'un domaine optimal, il est intéressant d'étudier comment la grandeur à optimiser dépend du domaine. D'abord, en dépend-t'elle continûment ? C'est l'objet du **chapitre 3** qui étudie comment la solution d'une équation elliptique dépend de son domaine de définition. Ceci dépend évidemment de la topologie / convergence dont on munit l'ensemble des domaines. Les convergences *naturelles* définies par la fonction caractéristique, la distance de Hausdorff ou l'absorbsion des parties compactes sont présentées au **chapitre 2**. Mais au final, la γ-convergence — ou son *alter ego* la convergence au sens de Mosco — présentée au chapitre 3 fournit une réponse plus fine, mais moins géométrique, car elle est précisément définie par la convergence de la solution d'une edp modèle. Ensuite, la grandeur à optimiser dépend-t'elle régulièrement du domaine ? C'est l'objet du **chapitre 5** qui considère des variations d'un domaine représentées par un champ de vecteur θ défini dans tout $\mathbb{R}^N$, et qui s'intéresse à la dérivabilité par rapport à θ de la solution $u(\theta)$ d'une edp dans le domaine $(\mathrm{Id} + \theta)\Omega$. Merci Antoine, merci Michel, d'y avoir inclus l'essentiel du Murat–Simon et de nous avoir enfin délivré du souci d'en faire une rédaction accessible. Un domaine optimal, quand il existe, possède souvent des propriétés géométriques remarquables de symétrie, convexité et autres, tel le disque qui minimise le périmètre à surface constante. L'obtention de telles propriétés est délicate et fait appel à des méthodes variées et subtiles examinées au **chapitre 6**. Enfin, revenons à la question de l'optimisation. Certains problèmes, par exemple la minimisation de la traînée (à volume fixé), ont très probablement une solution mais d'autres n'en ont pas, par exemple la maximisation de la rigidité d'une coque (encore à volume fixé) car on augmente la rigidité en nervurant certaines parties et en en perçant d'autres et on peut multiplier indéfiniment ces trous et nervures. Dans un tel cas, on peut obtenir un domaine proche de l'optimum en relaxant, en homogénéisant ou en pénalisant le problème, ce qui est l'objet du **chapitre 7**. Ce livre sera d'un grand intérêt pour le chercheur confirmé, par la richesse de son contenu ; Son exposé des résultats de base, avec des démonstrations rigoureuses (pléonasme, hélas nécessaire), pour l'essentiel auto-contenu, le rendra non moins précieux pour le débutant, d'autant que sa rédaction est relativement claire. J'ai apprécié les notices biographiques et les mention de l'origine des résultats exposés (bien que les théorèmes orphelins soient encore trop nombreux à mon goût) : elles nous montrent que derrière chaque théorème il y a un homme, ici contemporain, là ancien vénérable, que nos ancêtres lointains — grecs inclus — raisonnaient aussi bien que nous, et que pourtant des idées simples rest(ai)ent à trouver.