

Géométrie algébrique effective en dimension 0

volume 59, collection “Mathématiques & Applications”

Mohamed Elkadi, Bernard Mourrain

21 février 2008

Les méthodes effectives en géométrie algébrique, et tout particulièrement les méthodes effectives de résolution des systèmes polynomiaux de dimension 0, sont en plein développement. Ce livre réunit dans un même volume les principales de ces méthodes. On y trouve également des réponses à nombre de questions connexes (résultants résidus, etc ...).

Le premier chapitre (Équations, idéaux, variétés) donne l’essentiel des notions nécessaires pour entrer de plein pied dans le cœur du sujet. Il donne de plus des références détaillées qui permettent, si on le désire, d’aller plus loin. Il n’est donc pas nécessaire, pour commencer la lecture, d’être déjà un expert d’algèbre commutative, et de géométrie algébrique. De plus, à tout moment ensuite il est possible et facile de s’y référer, ce qui rend la lecture plus aisée. Notons d’ailleurs qu’on retrouve tout au long du livre les références nécessaires à chacun s’il veut approfondir ou développer un sujet particulier.

Le chapitre 2 (Calcul dans une algèbre quotient) permet d’introduire les outils de bases sur la réduction des polynômes avec les algorithmes désormais classiques autour des bases de Gröbner (appartenance à un idéal, au radical d’un idéal ...)

Le sujet central du livre étant la résolution des systèmes polynomiaux, le chapitre 3 sur les notions de dimension et de degré d’une variété algébrique trouve sa place naturellement, et permet de fixer les idées du lecteur sur ce sujet. À la suite duquel on trouve traité tout aussi naturellement l’étude des algèbres de dimension 0.

Les notions de résultants sont développées dans les deux chapitres suivants (chapitres 5 et 6) : on y trouve très largement abordées toutes les notions classiques aujourd'hui sur ce sujet.

Les chapitres suivants sont plus difficiles d'accès mais trouvent largement leurs places dans cet ouvrage qui a l'ambition de réunir de très nombreuses méthodes pour résoudre les systèmes polynomiaux : celles qui passent par les calculs de résidus demandent pour être comprises d'aborder les problèmes de dualité (chapitre 7) et d'étudier les algèbres de Gorenstein (chapitre 8). Ce qui permet d'aborder la description et le calcul effectif des résidus algébriques, avec leurs applications au problème central de cet ouvrage (l'étude des systèmes polynomiaux)

Deux points sont très attrayants dans ce livre : les nombreux exercices proposés à la fin de chaque chapitre qui permettent au lecteur de faire le point, ainsi que les algorithmes qui illustrent les méthodes de résolution proposées, avec de nombreux exemples. De plus, un index de ces algorithmes permet de retrouver facilement l'un d'entre eux en cas de besoin une fois le livre refermé.

Tout cela fait qu'on possède avec ce livre un outil très utile pour effectivement résoudre des systèmes polynomiaux, et un texte de référence précieux pour approfondir ces sujets.

Aviva Szpirglas