

An introduction to mathematics of emerging biomedical imaging

Habib Ammari

Après une introduction rappelant l'importance croissante de l'imagerie dans les sciences du vivant, et en particulier en médecine, le livre commence par présenter en quelques mots différentes méthodes d'imageries disponibles ou en cours de développement. Ces méthodes seront étudiées précisément plus loin dans le livre : on en rappelle ici les principes généraux, ce qui permet d'évoquer le type d'objets mathématiques utilisés. Le lecteur comprend alors tout l'intérêt de la première partie du livre (70 pages), appelée Outils Mathématiques, qui couvre les chapitres 3 et 4. Le chapitre 3 est une carte du capharnaüm de mots clefs et concepts que découvre le mathématicien qui s'aventure dans le domaine de l'imagerie et des problèmes inverses. Parce que le problème de l'identification de paramètre est un sujet à la fois historique et moderne, les outils utilisés appartiennent à des domaines très divers : fonctions spéciales, analyse complexe, analyse fonctionnelle, analyse numérique, traitement du signal... Ce chapitre présente, de manière nécessairement courte, mais claire, les principaux résultats de ces différents domaines utilisés dans la suite. On révisé ainsi les fonctions de Bessel, les espaces de Sobolev, le Théorème de Shannon, la FFT, la transformée de Radon, la SVD, et les opérateurs compacts. L'introduction aux méthodes de régularisations, interprétées spectralement est élégante. Le chapitre finit en rappelant la définition de la résolution spatiale et du Quotient Signal sur Bruit (SNR) : il est utile de fixer une définition, ces mots étant devenus polysémiques avec le temps. Le chapitre 3 permettra au lecteur de suivre les développements à venir sur les méthodes générales de reconstruction. Le chapitre 4 sera particulièrement utile pour l'avant dernière partie du livre, sur la détection d'anomalies de petite taille dans les milieux diffusant (ou diffractant). Les anomalies physiologiques dans les tissus affectent des paramètres physiques divers. Suivant les cas, le clinicien préfère suivre les changements de conductivité électrique, de perméabilité ou de permittivité électromagnétique, des paramètres élastiques ou des paramètres acoustiques. Le chapitre 4 reproduit cela dans ses sous parties, sur l'équation de Laplace, de Helmholtz, de l'élasticité, et sur l'équation de Stokes dans un cas quasi-incompressible. L'auteur introduit

dans chaque cas la solution fondamentale, les potentiels simple et double couche, et la formulation des problèmes de transmissions dans ce formalisme. Dans le cas de domaines non-bornés, il rappelle aussi quelles sont les conditions de radiations adéquates.

La seconde partie du livre (30 pages) concerne les algorithmes de reconstructions utilisés pour une reconstruction complète du milieu. Le cas d'anomalies localisées sera l'objet de la partie suivante. Le chapitre 5 concerne l'imagerie de sources non diffractantes ou diffusantes, soit les méthodes centrées autour de la transformée de Radon. Une attention particulière est portée au problème important de la fiabilité de ces reconstructions, en fonction de l'échantillonnage et du bruit. L'intérêt du filtrage, et son effet sur la reconstruction est étudié. Le chapitre 6 considère les sources diffusantes, telles qu'elles apparaissent en tomographie d'impédance électrique, ou en échographie ultrason ou micro-onde. On rencontre le célèbre algorithme de Barber et Brown, suivi d'une discussion sur la modélisation des électrodes. Concernant les ultrasons, la méthode de tomographie par diffraction (ou par migration) est introduite. Le chapitre 7 est consacré à l'électro-encéphalographie et à la magnéto-encéphalographie. Ce tour d'horizon est très réussi, et très agréable à lire. Grâce à cette présentation unifiée, on comprend vite les points communs et les différences entre ces méthodes.

La troisième partie du livre (30 pages) est consacré à la détection d'anomalies. Ammari et Kang ont écrit plusieurs ouvrages au sujet des développements faibles volumes, dans lesquels les tenseurs de polarisation sont étudiés en profondeur. L'auteur en livre une version simplifiée dans le chapitre 8, et suit comme dans le chapitre 4 une segmentation par problème. Une nouveauté est le modèle de Stokes modifié, correspondant à des inclusions presque incompressible, fondés sur les travaux de Ammari, Garapon, Kang et Lee. Les méthodes de reconstructions sont le sujet du chapitre 9. Pour ne pas épuiser le lecteur, seule deux méthodes sont présentées, à chaque fois pour une application : une méthode projective, et l'algorithme MUSIC. La dernière partie du livre (20 pages) conclut cette présentation en introduisant les développement récents sur méthodes hybrides, utilisant simultanément différents types de mesures. On découvre une méthode d'utilisation simultanée de mesures d'impédance électriques et d'IRM, le MREIT, une autre utilisant des mesures électriques augmentées de perturbations élastiques, et l'elastographie par résonance magnétique.

Chacun des chapitres se termine par une discussion, qui indique au lecteur des références bibliographiques sur les différents sujets. Ce livre sera très utile

au lecteur mathématicien souhaitant découvrir le sujet ou approfondir ses connaissances. Dans l'avant-propos, l'auteur indique que ce livre est le fruit de son travail de préparation d'un cours à l'École Polytechnique. Parce qu'il a été enseigné avant d'être écrit, ce livre est à la fois didactique et complet, ce qui le rend très agréable à lire.

Yves Capdeboscq
Université d'Oxford