

Présentation de l'ouvrage de Huyên Pham, intitulé
“Optimisation et contrôle stochastique appliqués à la finance”
Vol. 61 de la collection Mathématiques et Applications

Dans cet ouvrage, Huyên Pham expose différents aspects et méthodes utilisés pour résoudre des problèmes d'optimisation stochastique. Alors que le point de vue de la programmation dynamique de Bellman et du principe du maximum de Pontryagin a bénéficié d'une large diffusion (menant aux Equations aux Dérivées Partielles non linéaires et aux Equations Différentielles Stochastiques Rétrogrades), les nouvelles méthodes de martingales de dualité convexe sont davantage présentes dans les articles de recherche spécialisés. Par cette contribution, l'auteur corrige ce déséquilibre et nous donne accès à un panorama complet de tous ces outils.

Dans le chapitre 1, sont regroupés (sans preuve) des résultats standards de calcul et d'analyse stochastique : processus stochastiques, intégrales stochastiques et représentation des martingales, équations différentielles stochastiques et représentation de Feynman-Kac des solutions d'EDP. Cela constitue des prérequis préparatifs à la lecture des chapitres suivants. D'utiles compléments d'intégration et d'analyse convexe sont ajoutés en appendice.

Le chapitre 2 met en appétit le lecteur concernant les applications visées en économie et finance. Une série d'exemples intéressants est ici détaillée, exemples qui sont en partie repris et résolus dans la suite de l'ouvrage. Sans être exhaustif, on trouve ici les cas de choix de portefeuilles, de couverture quadratique d'options, de surréplication dans un modèle à volatilité incertaine ou sous contraintes gamma, d'optimisation d'utilité robuste et de mesures de risque. Sont également décrits quelques exemples axés davantage sur les problématiques économiques que financières, comme les choix optimaux dans les modèles de consommation/production ou les modèles d'investissement irréversible d'une firme.

Le chapitre 3 débute le tour d'horizon proposé par l'auteur, en partant du point de vue plus “facile” de solutions régulières à l'EDP de Hamilton-Jacobi-Bellman. Cette approche classique présuppose l'existence d'une solution régulière à l'EDP et par vérification, l'identifie à la solution du problème de contrôle. Des exemples illustrent la pertinence possible de cette voie pour expliciter la solution cherchée. Mais, en exhibant des solutions irrégulières, l'auteur montre également que cette approche classique a ses limites. C'est dans le chapitre 4 que les solutions de viscosité (éventuellement discontinues) sont introduites pour repousser cette limitation. Les liens avec le problème de contrôle sont établis avec soin, dans un formalisme qui autorise les contrôles à être non bornés. Là encore, des exemples convainquent le lecteur de toute la portée de cette approche. Le chapitre 5 aborde les méthodes à base d'EDSR pour résoudre la maximisation d'utilité exponentielle et l'optimisation de portefeuille en moyenne-variance. La théorie des EDSR est exposée rapidement pour laisser la place aux liens avec les solutions de problèmes de contrôle et le principe du maximum stochastique. Le dernier chapitre est consacré aux méthodes de martingales de dualité convexe. Les représentations duales du problème de surréplication ou de la maximisation d'utilité espérée sont prouvées en détails et constituent probablement une des parties les plus techniques de l'ouvrage.

En résumé, Huyên Pham offre ici une intéressante visite guidée des méthodes existantes pour l'optimisation et le contrôle stochastique, en sachant les agrémenter d'exemples pertinents. L'auteur n'hésite pas à détailler les preuves suffisamment quand cela est nécessaire, ou du moins donner des intuitions. Cet ouvrage s'adresse

naturellement aux étudiants et chercheurs du monde académique ou professionnel désireux de s'initier ou d'approfondir ce domaine. Ils y trouveront des repères solides et une bibliographie étoffée.

Emmanuel Gobet