

# Modélisation multi-échelle des biofluides : aspects théoriques et numériques

Marcela Szopos, Université Paris Descartes

La modélisation et la simulation numérique des biofluides (sang, mais aussi plus récemment liquide cérébro-spinal, fluides oculaires, *etc.*), ont connu de nombreux développements au cours des dernières années. Parmi les difficultés en lien avec la compréhension des phénomènes observés cliniquement, il faut noter que la description de la dynamique complexe des fluides dans le corps humain fait intervenir une large gamme d'échelles spatiales et temporelles, entre le niveau moléculaire et celui des réseaux de quelques mètres, avec une durée qui peut aller d'une seconde pour le cycle cardiaque à plusieurs dizaines d'années pour une vie.

Dans le but de modéliser *in silico* cette dynamique, nous présenterons dans cet exposé une approche de type "multi-échelle géométrique" [1], dans laquelle les différentes échelles spatiales sont prises en compte à travers un couplage entre des modèles tridimensionnels – qui fournissent une description fine de l'écoulement – et des modèles réduits – qui synthétisent les phénomènes dans le reste du système.

D'un point de vue mathématique, dans les modèles tridimensionnels le comportement d'un biofluide est régi par un système d'équations aux dérivées partielles (Navier-Stokes, Darcy ...), posé sur un domaine faisant intervenir des conditions aux bords d'entrée et de sortie. Motivés par la modélisation du flux sanguin dans le réseau veineux cérébral [2], nous montrerons dans un premier temps comment prendre en compte des conditions aux limites adaptées pour ce type de problème et qui font intervenir la pression [3]. Nous aborderons ensuite la question du couplage entre un système d'équations aux dérivées partielles issu de la mécanique des fluides et un système d'équations différentielles, potentiellement de grande taille et non linéaire, qui modélise l'écoulement dans le reste du réseau. Ce problème couplé s'avère difficile à résoudre numériquement et de nombreuses méthodes de couplage faible ou fort ont été développées [1]. Nous discuterons brièvement les avantages et les inconvénients de ces approches et nous proposerons un nouvel algorithme pour la résolution numérique de ce problème [4]. Des simulations seront présentées pour illustrer cette stratégie dans des cas-tests analytiques et ensuite dans un cas issu de la modélisation des biofluides dans le système couplé œil-cerveau.

## Références

- [1] QUARTERONI, A., VENEZIANI, A., VERGARA, C., *Geometric multiscale modeling of the cardiovascular system, between theory and practice*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 302, 193-252, 2016.
- [2] MIRAUCOURT O., SALMON S., SZOPOS M., THIRIET M., *Blood flow in the cerebral venous system: modeling and simulation*, Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, 20, 471-482, 2017.
- [3] BERTOLUZZA, S., CHABANNES, V., PRUD'HOMME, C., SZOPOS, M., *Boundary conditions involving pressure for the Stokes problem and applications in computational hemodynamics*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 322, 58-80, 2017.
- [4] CARICHINO, L., GUIDOBONI, G., SZOPOS, M., *Energy-based operator splitting approach for the time discretization of coupled systems of partial and ordinary differential equations for fluid flows: The Stokes case*. Journal of Computational Physics, 364, 235-256, 2018.