

Méthode de Galerkin Discontinue de type Trefftz pour les équation de Maxwell en régime harmonique

Sébastien Pernet, ONERA, DTIS, Toulouse

Hakon Sem Fure, ONERA, DTIS, Toulouse

Sébastien Tordeux, UPPA - INRIA-Magique3D

Une des méthodes utilisées pour traiter les problèmes de propagation d'onde électromagnétique dans des milieux hétérogènes est basée sur des approximations de type éléments finis d'arête des équations de Maxwell. C'est une approche très efficace et adaptée au calcul haute performance mais qui est sujette aux phénomènes de pollution numérique [1] : le nombre de points nécessaires à une bonne résolution est fortement dépendant de la longueur d'onde. Ce phénomène est maintenant bien connu et toutes les méthodes numériques classiques (i.e basées sur des approximations de type polynomial) atteignent leurs limites lorsqu'il s'agit de résoudre des problèmes électromagnétiquement larges (i.e $L/\lambda \gg 1$ où L est une longueur caractéristique du domaine et λ la longueur d'onde d'étude). En effet, le caractère très oscillant des ondes couplé à des phénomènes de dispersion numérique important (la constante de stabilité des schémas numériques se détériore avec l'augmentation de la fréquence) rend difficile la simulation de la propagation avec ce type d'approximation et cela même si des polynômes d'ordre élevé sont utilisés. Actuellement de nombreuses recherches sont menées pour palier ces problèmes et ainsi proposer une méthode générale et performante pour traiter les problèmes de propagation d'ondes (acoustique, électromagnétique, sismique) de grande taille. Une idée consiste à utiliser des fonctions de base adaptées à la physique du phénomène plutôt que de "simple" fonctions polynomiales. On peut par exemple penser à des ondes planes. Ce type d'approche est appelé méthode de Trefftz [2] et consiste plus précisément à construire l'espace d'approximation à partir de solutions locales de l'équation aux dérivées partielles (équations de Maxwell dans notre cas). Les performances de la méthode dépendent bien évidemment du choix des fonctions de base. Récemment, l'équipe Magique3D de l'INRIA a développé des méthodes de type Trefftz pour l'acoustique [3]. Leur schéma est basé d'une part sur une formulation de type Galerkin Discontinu (GD) du problème et d'autre part sur un espace d'approximation non explicite construit à partir de résolutions locales du problème. Cette méthode numérique permet entre autres une bonne prise en compte des modes évanescents contrairement aux méthodes s'appuyant sur des bases explicites construites à partir d'ondes planes. Pour cet exposé, nous présenterons une extension de ce type d'approche dans le cadre de problèmes d'électromagnétisme. Dans ce cas, nous proposons un espace d'approximation construit à partir d'une discrétisation d'un espace de trace de type condition d'impédance sur les bords des cellules du maillage et des fonctions de base calculées explicitement à l'aide d'un solveur d'éléments finis d'arête d'ordre élevé. Ce choix permet entre autres une grande souplesse pour la forme et la taille des cellules constituant le maillage sur lequel s'appuiera l'approximation GD. En particulier, des cellules polygonales/polyédriques, même non convexes, sont autorisées. Des exemples numériques bidimensionnelles viendront illustrer la pertinence de la méthode proposée.

Références

- [1] I. BABUSKA AND S. SAUTER, *Is the pollution effect of the FEM avoidable for the Helmholtz equation considering high wave numbers*, SIAM, J. Numer. Anal., 34(6), p. 2392-2423, 1997.
- [2] R. HIPTMAIR, A. MOIOLA AND I. PERUGIA, *A Survey of Trefftz Methods for the Helmholtz Equation*, Lecture Notes in Computational Science and Engineering, vol 114. Springer.
- [3] H. BARUCQ, A. BENDALI, MB FARES, V. MATTESI AND S. TORDEUX, *A Symmetric Trefftz-DG formulation based on a local boundary element method for the solution of the Helmholtz equation*, Journal of Computational Physics, vol. 330, p. 1069–1092, 2017.

Sébastien Pernet, ONERA, DTIS, 2 avenue Edouard Belin 31000 Toulouse
sebastien.pernet@onera.fr

Hakon Sem Fure, ONERA, DTIS, Toulouse, 2 avenue Edouard Belin 31000 Toulouse
hakon.fure@onera.fr

Sébastien Tordeux, Université de Pau et des Pays de l'Adour, INRIA-Magique3D, 64013 PAU CEDEX
sebastien.tordeux@univ-pau.fr