Analyse de l'aéroélasticité non-linéaire d'une section d'aile grâce à la théorie des bifurcations

Sébastien KOLB, CREA

L'aéroélasticité non-linéaire d'une section d'aile peut provenir de la structure à savoir la rigidité vis-à-vis de l'incidence α ou du déplacement vertical h, de l'aérodynamique à cause de phénomènes tels que le décrochage ou de l'asservissement quand certains éléments de la chaîne de commande rencontrent des limitations matérielles par exemple.

Cette étude se base sur le modèle simplifié faisant intervenir la force aérodynamique de portance L et le moment aérodynamique de tangage M. Le vecteur d'état est $X = \left\{h, \alpha, \dot{h}, \dot{\alpha}\right\}$ et le vecteur de commande $U = \{V, \beta\}$ où V est la vitesse aérodynamique de l'écoulement et β l'angle de déflexion du volet. Le système dynamique s'écrit avec des fonctions polynomiales $k_h(h), k_\alpha(\alpha), L\left(h, \alpha, \dot{h}, \dot{\alpha}\right), M\left(h, \alpha, \dot{h}, \dot{\alpha}\right)$:

$$\begin{pmatrix} m_T & m_W x_\alpha b \\ m_W x_\alpha b & I_\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_h & 0 \\ 0 & c_\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_h(h) & 0 \\ 0 & k_\alpha(\alpha) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -L \\ M \end{pmatrix} \tag{1}$$

Différents types de bifurcation sont rencontrés. L'apparition du phénomène de flottement correspond à une bifurcation de Hopf. Un ingénieur passe beaucoup de temps à modéliser le système aéroélastique de façon précise afin de déterminer correctement cette vitesse critique ou pour retarder l'apparition de ce phénomène. Dans le cadre d'une analyse non-linéaire, la question principale est de savoir si la bifurcation de Hopf est sur-critique avec la création de cycles limites stables ou sous-critique avec la création de cycles limites instables. Ce dernier cas est très dangereux car la prédiction linéaire habituelle ignore complètement les sauts d'amplitude et la divergence éventuelle pour des vitesses qui peuvent en plus être plus faibles que la vitesse critique de flottement. Pour ce qui est de la réalisation pratique de cette analyse, elle peut employer la continuation numérique de l'enveloppe des cycles limites ou le calcul algébrique du coefficient de Lyapounov de la forme normale.

Il peut également apparaître des bifurcations-fourches donnant lieu à des situations d'équilibres multiples. En outre, dans le cadre de l'étude d'un asservissement du système aéroélastique, quand des éléments non-linéaires tels qu'une saturation ou une zone morte est présente, la méthode du premier harmonique peut être utilisée afin de déterminer l'existence d'orbites priodiques, leur stabilité et d'observer des bifurcations nœuds-selles de cycles limites. Cela passe par la résolution d'une équation faisant intervenir l'amplitude A et la pulsation ω de l'orbite périodique au niveau de l'élément non-linéaire.

$$N\left(A, \omega\right) L\left(j\omega\right) + 1 = 0 \tag{2}$$

Dans chacun des cas, la bifurcation mathématique et son implication au niveau du comportement du système sont mis en regard avec les phénomènes physiques rencontrés afin d'évaluer la dangerosité d'une telle situation.

Références

[1] G. Dimitriadis, *Introduction to nonlinear Aeroelasticity*, John Wiley & Sons Ltd, 2017.

[2] W. Govaerts, *Numerical Methods for Bifurcations of Dynamical Equilibria*, SIAM, 2000.

Sébastien KOLB, Centre de Recherche de l'École de l'air, BA 701, 13661 Salon Air
`sebastien.kolb@ecole-air.fr`