

# Analyse numérique d'une classe de schémas à mailles décalées pour l'hydrodynamique Lagrangienne

Nicolas THERME, CEA/CESTA

**Pierre-Henri MAIRE**, CEA/CESTA

**Mots-clés** : Volumes finis décalés, Hydrodynamique Lagrangienne, Analyse Numérique

S'inspirant des travaux précurseurs de von Neumann et Richtmyer dans [1], les Staggered Grid Hydrodynamics (SGH) sont une classe de méthodes à mailles décalées mobiles destinées à résoudre les équations de l'hydrodynamique lagrangienne. Dans les schémas SGH, toutes les variables thermodynamiques sont discrétisées au centre des mailles alors que les variables cinétiques sont discrétisées aux noeuds. La formulation non conservative en énergie interne est résolue et l'équation de quantité de mouvement est définie sur un maillage dual centré autour des noeuds.

Afin de garantir la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie totale, une structure particulière des opérateurs discrets de divergence et de gradient est nécessaire. Elle doit garantir un principe de dualité au niveau discret, faisant entrer les SGH dans la classe plus globale des méthodes mimétiques [2, 3]. La dissipation de l'énergie cinétique en énergie interne au passage des chocs est assurée via l'ajout d'une viscosité artificielle.

Une analyse des schémas similaire à celles proposées dans [4] pour les schémas eulériens décalés et [5] pour les schémas lagrangiens centrés est menée. La positivité de l'énergie interne ainsi que de la masse volumique est garantie sous condition de CFL. De plus, un résultat de consistance au sens de Lax est obtenu. Plus précisément, sous des hypothèses de contrôle des normes des solutions discrètes, toute suite convergente de solutions du schéma sera solution faible des équations d'Euler à la limite. De plus sous une condition de CFL plus restrictive la solution vérifie une inégalité d'entropie faible.

## Références

- [1] J. VON NEUMANN AND R.D. RICHTMYER, *A method for the numerical calculations of hydrodynamical shocks*, J. Appl. Phys., 21, 232-238, 1950.
- [2] L. G. MARGOLIN, M. SHASHKOV AND P. K. SMOLARKIEWICZ, *A discrete operator calculus for finite difference approximations*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 187, 365-383, 2000.
- [3] K. LIPNIKOV, G. MANZINI AND M. SHASHKOV, *Mimetic finite difference method*, J. Comput. Phys., 257, 1163-1227, 2014.
- [4] N. THERME, *Numerical schemes for the simulation of explosion hazards*, PhD Thesis, 2015.
- [5] B. DESPRÈS, *Weak consistency of the cell-centered Lagrangian GLACE scheme on general meshes in any dimension*, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 199, 2669-2679, 2010.

Nicolas THERME, CEA/CESTA, 33116 Le Barp, France  
nicolas.therme@cea.fr

Pierre-Henri MAIRE, CEA/CESTA, 33116 Le Barp, France  
pierre-henri.maire@cea.fr