

Asymptotique du système de Vlasov-Poisson à l'ordre deux

Michel MEHRENERGER, I2M, Aix-Marseille Université

Joackim BERNIER, IRMAR, Université de Rennes I

Mots-clés : Equation de Vlasov, solution asymptotique, relations de dispersion, résolution numérique

On considère un équilibre perturbé de la forme $f_0(x, v) = f^{eq}(v) + \varepsilon \Re (e^{ik_1 \cdot x} \widehat{g}_0(k_1, v) + e^{ik_2 \cdot x} \widehat{g}_0(k_2, v))$. En linéarisant à l'ordre deux l'équation de Vlasov-Poisson, le potentiel électrique s'écrit sous la forme

$$\phi(t, x) = \varepsilon \psi + \varepsilon^2 \mu + o(\varepsilon^2).$$

Si le comportement de ψ est bien connu et donne une information importante pour la vérification de codes numériques autour d'un équilibre, le comportement de μ l'est moins, alors qu'il peut donner certaines informations supplémentaires. On s'attache ici au comportement asymptotique en temps de μ et à son illustration numérique. On établit ainsi, en imposant une régularité suffisante sur la donnée initiale, que les termes sont de la forme

$$t^\ell e^{i(k \cdot x - \omega t)}, \quad t^\ell e^{i(k \cdot x - (\omega_1 + \omega_2)t)}, \quad \text{avec } D_k(\omega) = D_{k_1}(\omega_1) = D_{k_2}(\omega_2) = 0,$$

avec D_k une fonction entière définie pour $\Im(z) > 0$ par $D_k(z) = 1 + \int_0^\infty t \left(\int_{\mathbb{R}^d} f^{eq}(v) dv \right) e^{izt} dt$. Dans certains cas particuliers, on obtient aussi des termes de la forme

$$t^\ell e^{i \left(k \cdot x - \frac{|k|}{|k_1|} \omega_1 t \right)},$$

appelés modes de Best.

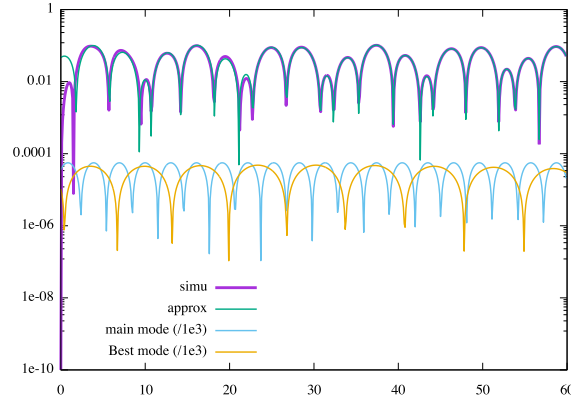


Figure 1: Illustration du mode de Best pour une simulation $2D \times 2D$ pour $0 \leq t \leq 60$: l'approximation asymptotique de la solution du code numérique est obtenue avec une fréquence ω et une fréquence de Best $\frac{|k|}{|k_1|} \omega_1$.

Références

- [1] YANN BARSAMIAN, JOACKIM BERNIER, SEVER A. HIRSTOAGA, MICHEL MEHRENERGER, *Verification of 2D x 2D and two-species Vlasov-Poisson solvers*, ESAIM: Proceedings and surveys, June 2018, Vol. 63, p. 78–108.
- [2] JOACKIM BERNIER, MICHEL MEHRENERGER, *Long-time behavior of second order linearized Vlasov-Poisson equations near a homogeneous equilibrium*, to be submitted.

Michel MEHRENERGER, I2M, Aix-Marseille Université, 39, rue F. Joliot-Curie, F-13453 Marseille
michel.mehrenberger@univ-amu.fr

Joackim BERNIER, IRMAR, Université de Rennes I, 263 avenue du Général Leclerc, F-35042 Rennes
joackim.bernier@ens-rennes.fr