

Analyse de sensibilité des équations de Maxwell et application à un problème inverse de coefficients

Jérémy Heleine, LAMFA, Université de Picardie Jules Verne

Marion Darbas, LAMFA, Université de Picardie Jules Verne

Stephanie Lohrengel, LMR, Université de Reims-Champagne Ardenne

Mots-clés : équations de Maxwell, analyse de sensibilité, éléments finis d'arête, problème inverse

Nous présentons un algorithme visant à détecter et localiser des perturbations dans les coefficients électromagnétiques (permittivité ε et conductivité σ électriques) d'un matériau ou tissu. Nous nous intéressons pour cela aux équations de Maxwell décrivant le champ électrique \mathbf{E} en régime harmonique dans un domaine Ω borné de \mathbb{R}^3 :

$$\begin{cases} \operatorname{curl} \operatorname{curl} \mathbf{E} - k^2 \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\varepsilon + i \frac{\sigma}{\omega} \right) \mathbf{E} = \mathbf{F}, & \text{dans } \Omega, \\ \operatorname{curl} \mathbf{E} \times \mathbf{n} = \mathbf{g}, & \text{sur } \Gamma = \partial\Omega. \end{cases} \quad (\mathcal{M})$$

Ici, \mathbf{n} désigne la normale unitaire sortante Ω , \mathbf{F} et \mathbf{g} sont des champs donnés. Le nombre d'onde k est égal à $\omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$, où ε_0 et μ_0 représentent respectivement la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du vide, et ω est la fréquence de l'onde.

Nous avons mené l'analyse de sensibilité des mesures surfaciques du champ électrique en présence de petites perturbations dans les coefficients électromagnétiques à l'intérieur du domaine. Pour cela, la dérivée de Gâteaux (voir [1]) du champ \mathbf{E} par rapport au coefficient $\kappa = \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\varepsilon + i \frac{\sigma}{\omega} \right)$ est étudiée.

Après avoir présenté l'équation de sensibilité vérifiée par cette dérivée, nous nous intéresserons à différents résultats théoriques et numériques qui ont conduit à l'élaboration d'un algorithme (non itératif) permettant, à partir de mesures de surface, de localiser précisément le centre d'une ou de plusieurs perturbations, ainsi que leurs volumes (voir [2]).

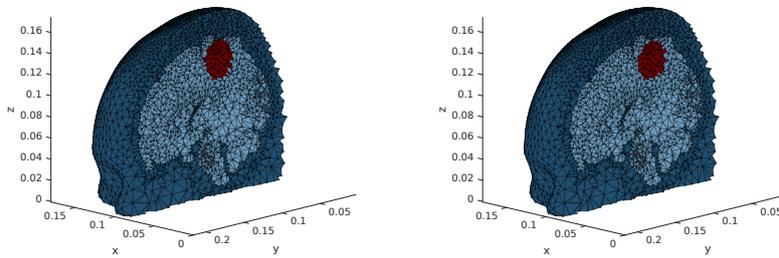


Figure 1: Localisation d'une perturbation dans les coefficients électromagnétiques de la tête. À gauche : perturbation originale. À droite : perturbation retrouvée par l'algorithme.

Références

- [1] Jeff BORGGAARD et Vitor Leite NUNES, *Fréchet Sensitivity Analysis for Partial Differential Equations with Distributed Parameters*, American Control Conference, 2011.
- [2] Marion DARBAS, Jérémy HELEINE et Stephanie LOHRENGEL, *Sensitivity analysis for 3D Maxwells equations and its use in the resolution of an inverse medium problem at fixed frequency*, *Accepté pour publication dans Inverse Problems in Science & Engineering*, 2019.

Jérémy Heleine, LAMFA UMR CNRS 7352, Université de Picardie Jules Verne, 33 rue Saint-Leu, 80039 Amiens Cedex 1

jeremy.heleine@u-picardie.fr

Marion Darbas, LAMFA UMR CNRS 7352, Université de Picardie Jules Verne, 33 rue Saint-Leu, 80039 Amiens Cedex 1

marion.darbas@u-picardie.fr

Stephanie Lohrengel, LMR CNRS FRE2011, Université de Reims-Champagne Ardenne, Moulin de la Housse, 51687 Reims Cedex 2

stephanie.lohrengel@univ-reims.fr