

# Analyse de sensibilité des équations de Maxwell et application à un problème inverse de coefficients

Jérémy Heleine, LAMFA, Université de Picardie Jules Verne

Marion Darbas, LAMFA, Université de Picardie Jules Verne

Stephanie Lohrengel, LMR, Université de Reims-Champagne Ardenne

**Mots-clés** : équations de Maxwell, analyse de sensibilité, éléments finis d'arête, problème inverse

Nous présentons un algorithme visant à détecter et localiser des perturbations dans les coefficients électromagnétiques (permittivité  $\varepsilon$  et conductivité  $\sigma$  électriques) d'un matériau ou tissu. Nous nous intéressons pour cela aux équations de Maxwell décrivant le champ électrique  $\mathbf{E}$  en régime harmonique dans un domaine  $\Omega$  borné de  $\mathbb{R}^3$  :

$$\begin{cases} \operatorname{curl} \operatorname{curl} \mathbf{E} - k^2 \frac{1}{\varepsilon_0} \left( \varepsilon + i \frac{\sigma}{\omega} \right) \mathbf{E} = \mathbf{F}, & \text{dans } \Omega, \\ \operatorname{curl} \mathbf{E} \times \mathbf{n} = \mathbf{g}, & \text{sur } \Gamma = \partial\Omega. \end{cases} \quad (\mathcal{M})$$

Ici,  $\mathbf{n}$  désigne la normale unitaire sortante  $\Omega$ ,  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{g}$  sont des champs donnés. Le nombre d'onde  $k$  est égal à  $\omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ , où  $\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  représentent respectivement la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du vide, et  $\omega$  est la fréquence de l'onde.

Nous avons mené l'analyse de sensibilité des mesures surfaciques du champ électrique en présence de petites perturbations dans les coefficients électromagnétiques à l'intérieur du domaine. Pour cela, la dérivée de Gâteaux (voir [1]) du champ  $\mathbf{E}$  par rapport au coefficient  $\kappa = \frac{1}{\varepsilon_0} \left( \varepsilon + i \frac{\sigma}{\omega} \right)$  est étudiée.

Après avoir présenté l'équation de sensibilité vérifiée par cette dérivée, nous nous intéresserons à différents résultats théoriques et numériques qui ont conduit à l'élaboration d'un algorithme (non itératif) permettant, à partir de mesures de surface, de localiser précisément le centre d'une ou de plusieurs perturbations, ainsi que leurs volumes (voir [2]).

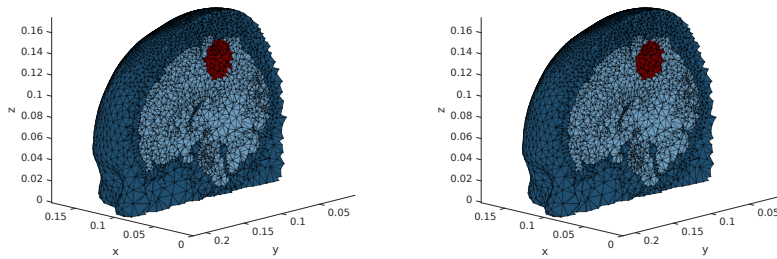


Figure 1: Localisation d'une perturbation dans les coefficients électromagnétiques de la tête. À gauche : perturbation originale. À droite : perturbation retrouvée par l'algorithme.

## Références

- [1] Jeff BORGGAARD et Vitor Leite NUNES, *Fréchet Sensitivity Analysis for Partial Differential Equations with Distributed Parameters*, American Control Conference, 2011.
- [2] Marion DARBAS, Jérémy HELEINE et Stephanie LOHRENGEL, *Sensitivity analysis for 3D Maxwells equations and its use in the resolution of an inverse medium problem at fixed frequency*, Accepté pour publication dans *Inverse Problems in Science & Engineering*, 2019.

**Jérémy Heleine**, LAMFA UMR CNRS 7352, Université de Picardie Jules Verne, 33 rue Saint-Leu, 80039 Amiens Cedex 1

[jeremy.heleine@u-picardie.fr](mailto:jeremy.heleine@u-picardie.fr)

**Marion Darbas**, LAMFA UMR CNRS 7352, Université de Picardie Jules Verne, 33 rue Saint-Leu, 80039 Amiens Cedex 1

[marion.darbas@u-picardie.fr](mailto:marion.darbas@u-picardie.fr)

**Stephanie Lohrengel**, LMR CNRS FRE2011, Université de Reims-Champagne Ardenne, Moulin de la Housse, 51687 Reims Cedex 2

[stephanie.lohrengel@univ-reims.fr](mailto:stephanie.lohrengel@univ-reims.fr)