Estimation du spectre du Laplacien

Ilias FTOUHI, IMJ-PRG

Nous nous intŕessons au spectre du Laplacien avec conditions Dirichlet au bords Ω oú $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ et plus précisemment la première valeur propre, connue aussi sous le nom de la fréquence fondamentale $(\lambda_1(\Omega))$. Malheureusement, on ne dispose pas en géneral d'une formule explicite de cette quantité. Ceci incite chercher des estimations via d'autre fonctionnelles plus faciles manipuler (par exemple: le périmetre $P(\Omega)$ et le volume $|\Omega|$).

Nous commençons par une rapide introduction sur l'optimisation de forme et la théorie spectrale, ensuite nous introduisons l'ensemble de points suivant, que l'on appelle: Diagramme de Blaschke-Santallo pour le triplet $(\lambda_1, P, |\cdot|)$:

$$\mathcal{C}_{\mathcal{F}_{ad}} := \big\{\big(P(\Omega), \lambda_1(\Omega)\big) \mid \Omega \in \mathcal{F}_{ad} \text{ and } |\Omega| = 1\big\},$$

Oú $\mathcal{F}_{ad}$ est une classe de sous-ensembles de $\mathbb{R}^d$.

Il faut noter que la caractŕisation de ce diagramme est équivalente á trouver toutes les inégalités invariantes par homothéties entre les trois quantits considérées (P, λ_1 and $|.|$ dans notre cas). Nous donnes une déscription complète du diagramme dans le cas des ouverts de $\mathbb{R}^d$, de cela découle le fait que il n'y a pas d'autres inégalités á part l'inégalité isopérimetrique et Faber-Krahn.

Ceci nous pousse se poser la question sur ce qui arrive quand on travaille avec d'autres classes de sous-ensembles, par exmple les convexes et le simplement connexes. Ce travail est en collaboration avec Antoine Henrot et Jimmy Lamboley.

Ilias FTOUHI, Sorbonne Univérsité IMJ-PRG
`ilias.ftouhi@imj-prg.fr`