

# La Fast & Furious Method, un algorithme “green HPC” pour la diffraction d’ondes

Matthieu Aussal, CMAP, École polytechnique

François Alouges, CMAP, École polytechnique

Marc Bakry, CMAP, École polytechnique

**Mots-clés** : Fast Multipole Method, Green convolution, Gypsilab

GYPSILAB est un environnement MATLAB pour le prototypage rapide, permettant la résolution numérique de problèmes variés [5]. L’objectif est de proposer des interfaces simples et intuitives, donnant accès à des méthodes numériques puissantes. Aujourd’hui, cet environnement propose des outils de :

- Gestion de maillages multi-d,
- Remaillage optimal par MMG en 2D, 3D et surfacique 3D [6],
- Formulations variationnelles éléments finis (FEM) et équation intégrales (BEM) [1],
- Compression et algèbre linéaire de matrices hiérarchiques [4],
- Décomposition de domaine, parallélisme et calcul par bloc in/out of core,
- Convolution rapide par noyaux de Green (2D, 3D).

Gypsilab est utilisé à la fois pour l’enseignement, la recherche et l’industrie pour résoudre des problèmes en acoustique, vibro-acoustique, électromagnétisme, mécanique, fluides, etc.

Dans cette présentation, nous nous attacherons à détailler une nouvelle méthode numérique pour la convolution rapide par des noyaux de Green, issus des équations intégrales (BEM). Largement inspirée des méthodes multipolaires rapides (FMM, [3]), des matrices hiérarchiques (H-Matrix, [4]) et de la décomposition creuse en sinus cardinal (SCSD, [2]), cette nouvelle approche combine ces trois algorithmes pour donner un produit de convolution de complexité quasi-linéaire en calcul et linéaire en stockage. En pratique, la Fast & Furious Method permet d’effectuer des produits matrice-vecteurs sur des nuages de points pouvant atteindre le milliard de particules, sur une machine “de bureau”. Cet algorithme a permis de résoudre un problème de diffraction d’onde électromagnétique en BEM sur un lanceur spatial, composé de 60 millions d’inconnues.

## Références

- [1] F. ALOUGES & M. AUSSAL, *FEM and BEM simulations with the Gypsilab framework*, SMAI Journal of Computational Mathematics **4**, pp. 297–318, 2018.
- [2] F. ALOUGES & M. AUSSAL, *The sparse cardinal sine decomposition and its application for fast numerical convolution*, Numerical Algorithms, 70(2), 427-448, 2015.
- [3] L. GREENGARD & V. ROKHLIN, *A fast algorithm for particle simulations*, Journal of computational physics, 73(2), 325-348, 1987.
- [4] W. HACKBUSCH, *A sparse matrix arithmetic based on H-Matrices. Part I: introduction to H-Matrices*, Computing, 62(2), 89-108, 1999.
- [5] <https://github.com/matthieuaussal/gypsilab>
- [6] <https://www.mmgtools.org>

**Matthieu Aussal**, CMAP, École polytechnique, Route de Saclay, 91128, Palaiseau  
[matthieu.aussal@polytechnique.edu](mailto:matthieu.aussal@polytechnique.edu)

**François Alouges**, CMAP, École polytechnique, Route de Saclay, 91128, Palaiseau  
[francois.alouges@polytechnique.edu](mailto:francois.alouges@polytechnique.edu)

**Marc Bakry**, CMAP, École polytechnique, Route de Saclay, 91128, Palaiseau  
[marc.bakry@polytechnique.edu](mailto:marc.bakry@polytechnique.edu)