Sur la convergence des schémas monotones pour les problèmes d'évolution L^1-contractants

Boris ANDREIANOV, Institut Denis Poisson, Université de Tours

Mohamed GAZIBO KARIMOU, ENS Nyamey, Niger

Nous nous intéressons aux aspects particuliers d'approximation numérique des équations conservatives scalaires, typiquement du type convection-diffusion, qui sont régies par des opérateurs de contraction dans L^1. Les équations des milieux poreux locaux et non locaux, des lois de conservation hyperboliques, paraboliques dégénérés et fractionnaires, des problèmes de diffusion non linéaire comme le p-laplacien, le total variation flow et l'équation de la chaleur relativiste sont des exemples de tels problèmes. Il peut s'agir des solutions faibles, entropiques ou renormalisées selon le contexte.
Lorsque la méthode de discrétisation en espace préserve la structure d'ordre propre à ces problèmes, comme c'est le cas de schémas monotones pour les lois de conservation, la méthode numérique hérite de la structure de contraction L^1 du problème continu; nous montrons que cette propriété rend essentiellement gratuite la "compacité en temps" des suites des solutions numériques et simplifie la preuve de convergence, surtout lorsqu'il s'agit des notions de solution techniquement complexes comme les solutions renormalisées.
Nous mettons en place l'outil artificiel mais pratique des solutions "processus-intégrales", inspiré des solutions processus-entropiques des lois de conservation [2] et des solutions intégrales des problèmes d'évolution contractants abstraits [1]. Nous montrons qu'on obtient la compacité en temps et la convergence des solutions discrétisées en espace-temps du problème d'évolution dès qu'on peut garantir la convergence des discrétisations spatiales, par la même méthode, pour son équation résolvante (problème sans la variable temps mais avec un terme source). Le résultat, facile à appliquer "en boîte noire", sera illustré par quelques exemples.

Références

[1] Ph. Bénilan, M.G. Crandall and A. Pazy, Evolution equations governed by accretive operators, preprint book.

[2] R. Eymard, T. Gallouët and R. Herbin, Finite Volume Methods. In: P.G. Ciarlet, J.L. Lions (eds.), Handbook of Numerical Analysis, vol. VII, North-Holland, Amsterdam, (2000) pp. 713-1020.

Boris ANDREIANOV, Institut Denis Poisson, Université de Tours, Parc Grandmont, 37200 Tours
boris.andreianov@univ-tours.fr
Mohamed GAZIBO KARIMOU, Université Abdou Moumouni
Ecole Normale Supérieure
Département de Mathématiques
BP 10963, Niamey, NIGER
mgazibok@yahoo.fr