

OpenHmx, une bibliothèque MATLAB open source pour les Matrices Hiérarchiques

François ALOUGES, CMAP - École polytechnique

Matthieu AUSSAL, CMAP - École polytechnique

Développées sur le plan théorique depuis les années 2000, principalement par l'équipe de W. Hackbush [4, 5], les matrices hiérarchiques, ou \mathcal{H} -matrices sont un format qui permet de compresser les matrices standards tout en gardant la flexibilité de pouvoir réaliser les opérations courantes (addition, multiplication, inversion, etc.).

Dans cet exposé, nous détaillerons les principaux algorithmes permettant la compression de matrices sous ce format [3], ainsi qu'une nouvelle librairie open-source, openHmx, qui permet d'utiliser ce format au sein d'un code de calcul. Écrite complètement en MATLAB, la librairie fait partie du projet GYPSILAB [1, 2], développé à l'École polytechnique, dont le but est de fournir des outils numériques performants et simples d'utilisation.

Dans openHmx, les opérations traditionnelles ayant été surchargées, la librairie permet d'utiliser le nouveau format de matrices de manière complètement transparente, de la même façon que les formats de matrices natifs MATLAB *full* ou *sparse* habituels. On peut ainsi les additionner, les multiplier, ou les inverser (via la factorisation LU) ou encore visualiser leur structure grâce à la fonction `spy` (voir Fig. 1). Ce type de matrices peut être utilisé lors de la résolution d'EDP par méthodes d'intégrales de frontière (BEM). De plus, la librairie permet également de stocker des blocs de types creux ou vides ce qui autorise leur utilisation pour la discrétisation de problèmes par des éléments finis (FEM), voire des couplages entre de la FEM et de la BEM.

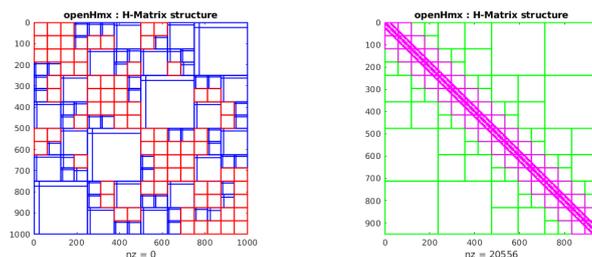


Figure 1: Deux structures de type \mathcal{H} -matrices contenant des blocs extradiagonaux de faible rang (gauche) ou vides et creux (droite). La première structure est typiquement utile en BEM tandis que la seconde est utilisée en FEM.

Références

- [1] F. Alouges, M. Aussal. FEM and BEM simulations with the Gypsilab framework, SMAI J. Comp. Math. 4, p. 297-318, 2018.
- [2] La librairie est téléchargeable à l'adresse <https://github.com/matthieuaussal/gypsilab>.
- [3] S. BORM, L. GRASEDYCK et W. HACKBUSCH. *Introduction to hierarchical matrices with applications. Engineering analysis with boundary elements*, 27(5), 405-422. 2003.
- [4] W. HACKBUSCH. *A sparse matrix arithmetic based on H-matrices. Part I. Introduction to H-matrices*, Computing, 1999.
- [5] W. HACKBUSCH. *Hierarchische Matrizen*, Springer, 2009.

François ALOUGES, CMAP - École polytechnique, route de Saclay, 91128 Palaiseau Cedex
francois.alouges@polytechnique.edu

Matthieu AUSSAL, CMAP - École polytechnique, route de Saclay, 91128 Palaiseau Cedex
matthieu.aussal@polytechnique.edu