Étude du centrage des patchs et modélisation de leur moyenne pour le débruitage d'images

Antoine Houdard, Université de Bordeaux

Contexte Le débruitage d'images par patchs. Chaque patch $i \in \{1, \dots, n\}$ d'une image est considéré comme un vecteur de taille $p = s \times s$, et le modèle de bruit considéré est donné par

$$Y_i = x_i + N_i, \tag{1}$$

où $Y_i \in \mathbf{R}^p$ est le vecteur aléatoire modélisant le i^e patch, $x_i \in \mathbf{R}^p$ le patch sans bruit sous-jacent et $N_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathrm{I}_p)$ un bruit blanc gaussien. Une partie des méthodes de la littérature utilise une modélisation *a priori* des patchs de l'image pour résoudre ce problème [1, 2, 3, 4]. L'idée est de modéliser le patch sans bruit x_i par un vecteur aléatoire X_i. Le modèle se récrit alors

$$Y_i = X_i + N_i, \tag{2}$$

et le théorème de Bayes permet d'obtenir un estimateur du patch x_i par l'espérance conditionnelle

$$\widehat{x}_i = \mathbb{E}[X_i | Y_i = y_i]. \tag{3}$$

Les modèles *a priori* gaussiens [1] ou de type mélange de gaussiennes [2, 3, 4] permettent de calculer (3) explicitement et ont été largement utilisés dans la littérature. La matrice de covariance de ces modèles permet d'encoder des structures locales à différents niveaux de contraste [5]. Cela permet de regrouper plus de patchs représentant la même structure et donc de mieux estimer les paramètres. En contrepartie, la moyenne devient peu informative et chaque patch est tiré vers le patch moyen, ce qui produit un bruit basse fréquence résiduel. Une partie de ce bruit est due à une mauvaise estimation de la moyenne de chaque patch. Il est donc intéressant de chercher à débruiter ces moyennes séparément.

Contribution Nous proposons d'étudier la décomposition du problème de débruitage (2) en deux. Pour cela, nous définissons le vecteur aléatoire $Y_i^c = Y_i - \bar{Y}_i \mathbf{1}_p$ modélisant les patchs centrés observés, où $\bar{Y}_i = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^{p} Y_i(j)$ est la moyenne de Y_i et $\mathbf{1}_p = (1, \dots, 1) \in \mathbf{R}^p$. Le problème (2) se décompose alors en deux problèmes

$$\bar{Y}_i = \bar{X}_i + \bar{N}_i \in \mathbf{R}, \tag{4}$$

$$\text{et} \quad Y_i^c = X_i^c + N_i^c \in \mathbf{R}^p. \tag{5}$$

Dans ce travail, nous déduisons du modèle de bruit (2) les modèles des composantes de bruit N_i^c et $\bar{N}_i$ de ces deux problèmes (4) et (5). Puis, nous proposons d'utiliser cette décomposition afin d'améliorer le résultat de la méthode de débruitage par patch HDMI [4]. Enfin, nous présentons des expériences numériques illustrant les résultats obtenus.

Références

[1] Lebrun, M. & Buades, A. & Morel, J.-M., *A Nonlocal Bayesian Image Denoising Algorithm*, SIAM Journal on Imaging Sciences, 2013.

[2] Wang, Y. & Morel, J.-M., *SURE Guided Gaussian Mixture Image Denoising*, SIAM Journal on Imaging Sciences, 2013.

[3] Teodoro, A. & Almeida, M. & Figueiredo, M., *Single-frame Image Denoising and Inpainting Using Gaussian Mixtures*, ICPRAM (2), 2015.

[4] Houdard, A. & Bouveyron, C. & Delon, J., *High-dimensional mixture models for unsupervised image denoising (HDMI)*, SIAM Journal on Imaging Sciences, 2018.

[5] Delon, J. & Houdard, A. , *Gaussian Priors for Image Denoising*, Springer International Publishing, 2018.

Antoine Houdard, IMB, Université de Bordeaux, F-33400 Talence, France
`houdard.antoine@gmail.com`