

Sur un modèle-jouet combinatoire d'écoulement de fluide mais avec des conditions de bord parfaitement transparentes

Yvan LE BORGNE, CNRS, LaBRI, Université de Bordeaux

En tant qu'informaticien, je participe au projet fortement exploratoire ENDEAR de l'édition 2017 du défi interdisciplinaire CNRS InFiniti, InterFaces INterdisciplinaires NuméRIque et ThéorIque. Partant d'un phénomène, l'écoulement d'un fluide au voisinage d'un obstacle, ce projet ambitionne de faire de la fertilisation croisée entre deux communautés (simulation numérique et combinatoire). Elle s'appuiera sur une comparaison au niveau méthodologique d'une part d'une modélisation de numériciens [1] qui a fait ses preuves dans bien des contextes et d'autre part d'une modélisation combinatoire totalement discrète, probablement moins réaliste, mais plus confortable pour l'analyse comme sa richesse de structures l'a montré dans d'autres contextes [2]. L'objectif commun sur ces deux modélisations, pour l'instant en 2D, est d'obtenir les conditions de bords les plus transparentes possibles autour d'un obstacle placé sur le bord d'un demi-plan infini avec un écoulement principal dans la direction de ce bord. Cette communication se concentre sur la modélisation combinatoire et sur la possibilité, dans le cas d'un domaine toujours infini mais restreint à une bande entre deux droites parallèles, de faire des simulations avec des conditions de bords *exactement* transparentes.

En hydrodynamique, la modélisation discrète par des automates cellulaires n'est pas une nouveauté [3]. L'intérêt de notre version, s'appuyant sur le modèle du tas de sable, est que le fluide au repos est décrit, via une bijection comme [6], par le choix d'un arbre couvrant selon la distribution uniforme dans le graphe du maillage du domaine. Il existe un algorithme générique de génération aléatoire exactement uniforme de ces arbres couvrants par l'ajout de chemins à boucles effacées permettant d'étendre à volonté un arbre partiellement construit [4]. La convection et la diffusion induite par le déplacement et l'obstacle dans cette modélisation sont déterministes, *globales* et exactes, notamment les quantités diffusées, des grains, restent des nombres entiers. Tout ces mécanismes induisent des perturbations à distances presque sûrement finies mais non bornées du fluide au repos et il est raisonnable d'espérer des convergences en maillage similaires à celles d'autres contextes induites par la criticalité au sens physique de ce modèle [5]. L'exactitude des conditions de bords s'obtient alors par le principe de l'évaluation paresseuse en informatique: si les perturbations induites par le déplacement autour de l'obstacle atteignent les bords du domaine fini, alors on étend ce domaine pour conserver la perturbation dans le domaine.

Ces simulations "exactes" sont destinées à produire des ensembles d'entraînement et de test dans le cadre d'un apprentissage automatique supervisé des conditions de bord utilisant entre autre les traits classiques de l'hydrodynamique (en parallèle d'une étude théorique des petites géométries). Un rapport de recherche [7] en cours d'écriture fait un bilan de l'avancement de ce travail. Il contiendra notamment une présentation détaillée du modèle, les principes des algorithmes de la simulation ainsi que des arguments pour leur correction et des résultats de simulations produites par un premier prototype.

Références

- [1] BRUNEAU, TANCOGNE, , Communication personnelle, Travail en cours (2016-...).
- [2] DHAR, *Theoretical models of self-organized criticality*, Phys. A 269 no 1, 2006.
- [3] ROTHMAN, ZALESKI, *Lattice-Gas Cellular Automata (simple models of complex hydrodynamics)*, Collection Aléa Saclay, Cambridge University Press, 1997.
- [4] WILSON, *Generating random spanning trees more quickly than the cover time*, Proc. 28th Annual ACM Symposium on the Theory of Computing (STOC), pp. 296303, 1996.
- [5] PEGDEN, SMART, *Convergence of the Abelian sandpile*, Dukes Math. J. Volum 162 no 4, 2013.
- [6] CORI, LE BORGNE, *The sandpile model and Tutte polynomials*, Advances in Applied Mathematics 30(1-2): 44-52, 2003.
- [7] LE BORGNE, http://www.labri.fr/perso/borgne/ENDEAR/exact_boundaries.pdf , Travail en cours login=SMAI2017, password=LKd35e (2016-...).