Mouvement de foules et dynamique de populations sous contraintes de densité

Filippo SANTAMBROGIO, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay

De nombreux modèles ont été proposé dans la litérature pour étudier par des méthodes de mécanique des fluides le mouvement des foules (en commençant par[3, 4]), et, plus en général, des populations d'individus soumises à des effets de congestion (trop d'individus ne peuvent pas se concentrer au même endroit, et leur vitesse est influencée par la densité qu'ils rencontrent). Cet exposé partira d'un modèle granulaire de "hard congestion" très simple, étudié d'abord dans [9], qui décrit une population par une famille de grains rigides qui ne peuvent pas se superposer, chacun ayant à chaque instant une vitesse spontanée (celle qu'il aurait en l'absence des autres). Le point clé est supposer que la vitesse qu'ils vont effectivement suivre serait la projection globale de la vitesse spontanée sur le cone des vitesses qui préservent instantanément la contrainte de non-superposition. Ensuite, l'attention sera tourné vers le plus simple équivalent continu de ce modèle, où la population est décrite par une densité qui évolue selon $\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho v) = 0$, et la vitesse v réalisée est la projection L^2 sur l'ensemble des vitesses qui préservent une contrainte d'incompressibilité $\rho \leq 1$. Ce modèle, dans le cas où la vitesse souhaitée a une structure gradient, a fait l'objet d'une série de travaux en collaboration avec B. Maury et son équipe ([6, 8, 11]), en utilisant les techniques des flots de gradient dans les espaces de Wasserstein et le transport optimal ([5, 1]). De nombreux autres travaux ont suivi, soit pour appliquer des principes de congestion à d'autres phénomènes (en biologie, par exemple : [7]), soit pour enrichir le modèle (effets de diffusion : [10]), soit pour répondre à des questions mathématiques que ces EDP soulèvent (unicité : [2], en lien avec les équations de Hele-Shaw)...
L'exposé présentera les principaux résultats et enjeux, du point de vue théorique et numérique, dans ce sujet qui a fait l'objet d'une forte activité de recherche dans les dernières années.

Références

[1] L. Ambrosio, N. Gigli, G. Savaré, *Gradient flows in metric spaces and in the space of probability measure*, Birkhäuser, (2008).

[2] S. Di Marino, A. R. Mészáros, *Uniqueness for evolution equations under density constraints,* Math. Models Methods Appl. Sci., 26(9), 1761–1783, 2016.

[3] D. Helbing, *A fluid dynamic model for the movement of pedestrians,* Compl. Syst. 6, 391-415, 1992.

[4] R. L. Hughes, *A continuum theory for the flow of pedestrian,* Transp. Res. B, 36 (2002), 507-535.

[5] R. Jordan, D. Kinderlehrer, F. Otto, *The variational formulation of the Fokker-Plack equation,* SIAM J. Math. Anal., 29 (1998), No. 1, 1-17.

[6] B. Maury, A. Roudneff-Chupin, F. Santambrogio, *A macroscopic crowd motion model of gradient flow type,* Math. Models and Meth. in Appl. Sci., 20 (2010), No. 10, 1787-1821.

[7] B. Maury, A. Roudneff-Chupin, F. Santambrogio *Congestion-driven dendritic growth,* Discr. Cont. Dyn. Syst. A, 34(4), 2014, 1575–1604.

[8] B. Maury, A. Roudneff-Chupin, F. Santambrogio, J. Venel, *Handling congestion in crowd motion modeling,* Netw. Heterog. Media, 6 (2011), No. 3, 485-519.

[9] B. Maury, J. Venel, *Handling of contacts in crowd motion simulations,* Traffic and Granular Flow, Springer (2007)

[10] A. R. Mészáros, F. Santambrogio, *Advection-diffusion equations with density constraints* Analysis & PDE, Vol. 9 (2016), No. 3, 615–644.

[11] A. Roudneff-Chupin, *Modélisation macroscopique de mouvements de foule*, PhD Thesis, Université Paris-Sud, (2011).

Filippo SANTAMBROGIO, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Univ. Paris-Sud, CNRS, Université Paris-Saclay, 91405 Orsay cedex
`filippo.santambrogio@math.u-psud.fr`