

Lois Gaussiennes dans les espaces symétriques : outils pour l'apprentissage avec les matrices de covariance structurées

Salem SAID, Université de Bordeaux

La notion de loi Gaussienne peut être développée à partir de plusieurs définitions: loi à maximum d'entropie, à minimum d'incertitude (état cohérent), à travers le théorème de la limite centrale, ou la théorie cinétique des gazs. Sur un espace Euclidien, toutes ces définitions mènent à la même forme pour la loi Gaussienne, mais dans des espaces plus généraux, elles donnent lieu à des formes différentes...la présentation propose une définition originale de la notion de loi Gaussienne, valable sur les espaces Riemanniens symétriques de courbure négative. Il s'agit de lois ayant la propriété : le max de vraisemblance est équivalent au barycentre Riemannien. Il n'y a pas de bonne ou de mauvaise définition dans l'absolu, mais celle-ci présente deux avantages, 1) plusieurs espaces de matrices de covariance (réelles, complexes, Toeplitz, Toeplitz par blocs) sont des espaces symétriques de courbure négative, 2) dans ce contexte, elle donne un fondement statistique à l'utilisation du barycentre Riemannien, qui est un outil très populaire pour grand nombre d'applications. Nous allons comparer la définition proposée aux autres définitions possibles, développer les conséquences théoriques de cette définition, et finalement dire comment elle permet de proposer de nouveaux algorithmes d'apprentissage statistique, spécifiquement adaptés au contexte des "big data" et "données en grandes dimensions". Le tout sera illustré par des exemples ... Pour plus de détails, voir les deux papiers [1, 2].

Références

- [1] Le Bihan, N., Chatelain, F. and Manton, J.H. Isotropic multiple scattering processes on hypersphere-IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 62, Num. 10, 2016, pp.5740–5752
- [2] Said, S., Hajri, H., Bombrun and L., Vemuri, B.C. Gaussian distributions on Riemannian symmetric spaces: statistical learning with structured covariance matrices Jul. 2016, IEEE Trans Inf Theory (under review). Arxiv : <https://arxiv.org/abs/1607.06929>