

# Analyse asymptotique d'une inclusion fine dans un milieu élastique en élasticité et hyperélasticité

**Mohamed Rafik BEN HASSINE**, INSA-Lyon ENI-Tunis

**Maher MOAKHER**, ENI-TUNIS

**Yves RENARD**, INSA-Lyon

**Grégory VIAL**, EC-Lyon

Le but de cette communication est de présenter un modèle tenant compte de l'interaction entre une inclusion fine et un domaine élastique. Nous commencerons par présenter le modèle pour des lois de comportement linéaires (le laplacien et l'élasticité linéaire homogène isotrope) pour finalement aboutir à une généralisation pour des lois de comportement non linéaires (hyperélasticité) ce qui intéresse fortement l'industrie du pneumatique.

Dans cette première approche nous avons réduit la géométrie d'étude à une géométrie bidimensionnelle comportant une inclusion de taille ' $\varepsilon$ ' petite devant les dimensions du milieu élastique. Une première phase de remise à l'échelle (scaling) nous permet de transformer le problème en un problème posé sur un domaine fixe 'indépendant de ' $\varepsilon$ '. La seconde étape est d'avoir recours à une série de développements asymptotiques autour de la dimension caractéristique de l'inclusion à différents ordres. Cette démarche nous a été inspirée par [1]. Une estimation d'erreur a priori a été établie ainsi que quelques résultats d'existence et d'unicité pour les fonctions qui apparaissent dans les développements asymptotiques. L'utilisation d'un espace à poids s'est imposée puisque ces fonctions sont posées sur des domaines infinis (voir [2]). La reproduction de l'approche pour des lois de comportement non linéaires a été établie pour des cas particuliers du potentiel hyperélastique et est en cours d'étude pour un cadre généralisé. Un modèle numérique a été établi pour l'élasticité linéaire se basant sur les éléments finis inversés et nous en présenterons les résultats. La validation du modèle construit a été effectuée par comparaison à une solution analytique obtenue par séparation de variables d'une part et par comparaison à une solution extrêmement raffinée d'autre part.

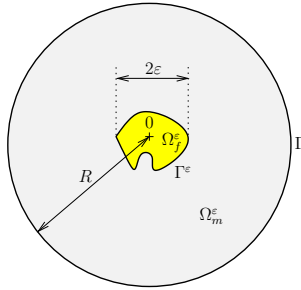


Figure 1: La géométrie  $\Omega = \Omega_f^\varepsilon \cup \Gamma^\varepsilon \cup \Omega_m^\varepsilon$  avec  $\Omega_f^\varepsilon = \varepsilon \Omega_f^1$ .

## Références

- [1] G. VIAL, *Analyse multi-échelle et conditions aux limites approchées pour un problème avec couche mince dans un domaine à coin*, thèse de doctorat de l'université de Rennes I, 2003.
- [2] C. AMROUCHE, V. GIRAULT AND J. GIROIRE, *Weighted Sobolev spaces For Laplace's Equation in  $\mathbb{R}^n$* , J. Math. Pures Appl., 73, p. 579 a 606, 1994.

**Mohamed Rafik BEN HASSINE**, ICJ UMR5208, Villeurbanne, France

mohamed-rafik.ben-hassine@insa-lyon.fr

**Maher MOAKHER**, LAMSIN, Tunis, Tunisie

maher.moakher@enit.rnu.tn

**Yves RENARD**, ICJ UMR5208, Villeurbanne, France

Yves.Renard@insa-lyon.fr

**Grégory VIAL**, ICJ UMR5208, Villeurbanne, France

gregory.vial@ec-lyon.fr