

Modélisations stochastiques pour la dynamique de condensats de Bose-Einstein

Anne DE BOUARD, CNRS, Ecole Polytechnique

Romain PONCET, Ecole Polytechnique

En reprenant les travaux de Satyendranath Bose, Albert Einstein prédit vers les années 1925 qu'un gaz parfait de bosons devait subir une transition de phase si sa densité devenait suffisamment grande, caractérisée par le fait qu'une part significative de ces bosons devrait s'accumuler dans un même état fondamental : c'est ce que l'on appelle aujourd'hui un *condensat de Bose-Einstein*. Autrement dit, la distribution statistique de Boltzmann est remplacée par une nouvelle distribution.

Nous présenterons dans cet exposé une modélisation stochastique pour la dynamique de tels systèmes. Celle-ci consiste en une généralisation de l'équation de Gross-Pitaevskii, qui vise à modéliser les effets d'une température non nulle ([1]). Cette modélisation prend la forme d'une équation aux dérivées partielles stochastiques qui peut cependant se ramener à une équation différentielle stochastique ordinaire. Il s'agit plus précisément d'une dynamique de Langevin amortie non-réversible. Celle-ci contient plusieurs échelles temporelles. La plus petite correspond à la dynamique purement Hamiltonienne qui est donnée par la modélisation de Gross-Pitaevskii, et qui correspond au cas de la température nulle.

À une échelle de temps plus longue, des dynamiques métastables peuvent apparaître. C'est le cas lorsque l'énergie du système possède plusieurs minima locaux, ce qui peut notamment être le cas lorsque le condensat est mis en rotation. Un tel exemple est donné en Figure 1. Dans ce cas, et dans la limite

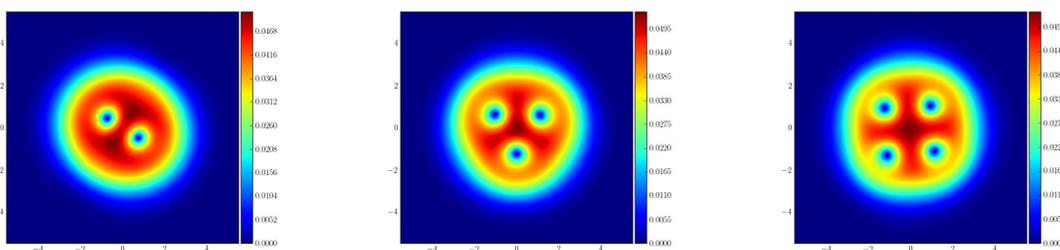


Figure 1: Exemple d'équilibres métastables d'un condensat en rotation

basse température, le système reste longtemps proche d'un minimum local avant de changer de bassin d'attraction pour un autre minimum local.

Dans la but d'étudier cette dynamique complexe, nous présenterons dans un premier temps un schéma numérique inspiré de [2], qui repose sur une discrétisation spectrale. Nous présenterons ensuite quelques résultats numériques sur l'analyse de cette dynamique métastable, notamment à l'aide de l'algorithme AMS ([3]).

Références

- [1] C W GARDINER AND M J DAVIS, *The stochastic GrossPitaevskii equation: II*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 2003.
- [2] C BESSE, G DUJARDIN AND I LACROIX-VIOLET, *High order exponential integrators for nonlinear Schrödinger equations with application to rotating Bose-Einstein condensates*, to appear in SIAM J. Numer. Anal.
- [3] C-E BRÉHIER, M GAZEAU, L GOUDENÈGE, T. LELIÈVRE AND M. ROUSSET, *Unbiasedness of some generalized Adaptive Multilevel Splitting algorithms*, to appear in Annals of Applied Probability.

Romain PONCET, CMAP UMR 7641 école Polytechnique CNRS, Route de Saclay, 91128 Palaiseau Cedex
France
`romain.poncet@cmap.polytechnique.fr`