

Un schéma well-balanced pour un modèle cinétique des ondes chimiotactiques des bactéries

Monika TWAROGOWSKA, ENS de Lyon

Vincent CALVEZ, CNRS, ENS-Lyon

Laurent GOSSE, IAC-CNR Rome

Nous présentons une approximation numérique d'un modèle mésoscopique de chimiotaxie. Le modèle se compose de l'équation cinétique pour le mouvement "run-and-tumble" de bactéries [1]

$$\partial_t f + v \partial_x f = \int_V \mathcal{T}(t, x, v') f(t, x, v') d\nu(v') - \mathcal{T}(t, x, v) f(t, x, v)$$

avec le taux de tumbling $\mathcal{T}(t, x, v)$ biaisé par la présence des deux substances chimiques: une signal $M = M(t, x)$ produit par des bactéries et un nutriment $N = N(t, x)$ présent dans l'environnement,

$$\mathcal{T}(t, x, v) = 1 + \chi_M \cdot \phi \left(\left. \frac{DM}{Dt} \right|_{v'} \right) + \chi_N \cdot \phi \left(\left. \frac{DN}{Dt} \right|_{v'} \right), \quad \phi(\cdot) = -\text{sign}(\cdot),$$

où $\frac{D}{Dt}(\cdot)$ est une dérivée matérielle et l'évolution des chimioattractants est donnée par un système de réaction-diffusion

$$\begin{cases} \partial_t M = D_M \partial_{xx} M - \alpha M + \beta \int_V f(t, x, v') d\nu(v), \\ \partial_t N = D_N \partial_{xx} N - \gamma \int_V f(t, x, v') d\nu(v) N. \end{cases}$$

Les solutions de ce modèle voyagent à vitesse constante, i.e. couches (exponentielles) agrégées voyagent. Ces solutions ont été étudiées dans [2] où l'existence sous certaines conditions sur des paramètres du modèle a été démontrée. De plus, ces ondes ne sont pas uniques en général et, loin du régime diffusif, des ondes qui voyagent à des vitesses différentes peuvent coexister (bi-stabilité). Nous donnons une description d'un schéma de type well-balanced [3] basé sur des "solutions élémentaires de Case" pour la partie cinétique et sur les "L-splines" pour la partie parabolique. Le schéma est capable de capturer des ondes progressives du modèle sur une longue période de temps malgré leurs irrégularités. Nous présentons des résultats numériques de stabilité asymptotique locale de quelques cas où plusieurs ondes coexistent et nous décrivons le diagramme de bifurcation montrant des caractéristiques contre-intuitives.

Références

- [1] J. ADLER, *Chemotaxis in bacteria*, Science, 153 (1966), pp. 708716.
- [2] V. CALVEZ *Chemotactic waves of bacteria at the mesoscale*, arXiv-1607.00429, math-AP.
- [3] V. CALVEZ, L. GOSSE, AND M. TWAROGOWSKA, *Traveling chemotactic aggregates at mesoscopic scale and bi-stability*, soumis à SIAM J.App.Math., 2016.