

Obstacles à la propagation de fronts bistables et application à l'infection de moustiques par *Wolbachia*

Martin STRUGAREK, AgroParisTech, Paris et UPMC, Paris

Grégoire NADIN, UPMC, Paris

Nicolas VAUCHELET, Université Paris 13, Villetaneuse

La réaction-diffusion bistable peut modéliser la propagation d'une infection dans une population biologique (comme celle de *Wolbachia* chez certaines espèces d'insectes), transmise verticalement et induisant un "effet Allee cytoplasmique" (d'après [1]), c'est-à-dire une incompatibilité au moins partielle entre les populations saine et infectée.

Dans ces modèles, les fronts d'invasions sont "poussés", c'est-à-dire que la population invasive doit dépasser un seuil critique (ou "propagule") afin d'initier la propagation. Sous sa forme la plus simple, les solutions ne peuvent avoir que deux comportements asymptotiques stables : l'extinction (convergence vers 0) ou l'invasion, via la convergence vers l'onde progressive solution (qui est unique à translation près).

Cependant, lors d'une invasion biologique réelle, un front peut être bloqué de façon stable, par exemple par des obstacles écologiques. Dans ce travail en commun avec G. Nadin et N. Vauchelet nous étudions comment les variations spatiales de la taille de la population peuvent engendrer un tel blocage.

Nous quantifions les propagules et montrons que si la taille de la population ne dépend que du niveau d'infection, alors il ne peut pas y avoir de blocage stable. En revanche, nous obtenons des conditions (nécessaires ou suffisantes) sous lesquelles un environnement hétérogène bloque l'invasion. Nous démontrons l'existence de fronts bloqués instables au-dessus des fronts bloqués stables. Ainsi, nous prouvons que lorsqu'une invasion dépasse le front instable maximal, elle peut dépasser l'obstacle et se propager. Cette remarque est particulièrement utile dans le cas de l'infection artificielle de moustiques par *Wolbachia*, une méthode récente de lutte contre les arboviroses.

Références

- [1] BARTON, N. AND TURELLI, M., *Spatial waves of advance with bistable dynamics: cytoplasmic and genetic analogues of Allee effects*, *The American Naturalist*, 178(3):E48-75, 2011.

Martin STRUGAREK, AgroParisTech, 16 rue Claude Bernard, F-75231 Paris Cedex 05 et LJLL, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6) 75005 Paris

strugarek@ljl1.math.upmc.fr

Grégoire NADIN, LJLL, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6) 75005 Paris

gregoire.nadin@upmc.fr

Nicolas VAUCHELET, LAGA, Université Paris 13, 99, avenue Jean-Baptiste Clément 93430 Villetaneuse

vauchelet@math.univ-paris13.fr