

# Définition d'une méthode de condensation de flux pour la résolution des équations de Maxwell par schéma Galerkin Discontinu $hp$ non-conforme

**Matthieu PATRIZIO**, Nuclétudes et ONERA, Université de Toulouse

**Bruno FORNET**, Nuclétudes

**Vincent MOUYSSET, Xavier FERRIERES**, ONERA

**Mots-clés** : Électromagnétisme, Galerkin Discontinu, approximation  $hp$  non-conforme

La méthode Galerkin Discontinu (GD) en domaine temporel est particulièrement intéressante pour sa flexibilité à la géométrie mais ses faibles performances numériques limitent son usage industriel. Un calcul GD par le schéma [1] sur maillage cartésien uniforme se caractérise par le choix de l'ordre de la méthode ( $p$ ) et de la taille des mailles ( $h$ ). Sans perte de précision, il est possible d'en réduire significativement le coût en augmentant conjointement  $h$  et  $p$ . Cependant, la présence d'objets dans la géométrie peut localement contraindre la taille des mailles. Une solution permise par le GD est alors de créer des configurations  $hp$  non-conformes, du type de la figure 1, mais celles-ci entraînent une chute des performances *a priori* inattendue. Ainsi, nous observons lors de

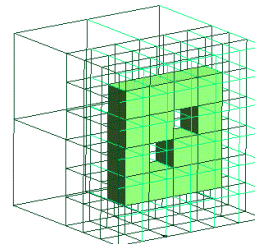


Figure 1 : Exemple de maillage non-conforme

la simulation de modes de résonance dans une cavité 3D, à iso-qualité, une réduction par 7 du temps de calcul en passant de la configuration  $(h, p = 1)$  à  $(3h, p = 2)$  mais une multiplication par 50 avec le cas hybride  $(h, p = 1)/(3h, p = 2)$  décrit sur la figure 1. Cette explosion s'explique par l'augmentation quadratique du nombre d'opérations nécessaires pour le calcul d'une intégrale surfacique (de flux) en passant d'une interface  $hp$ -conforme à  $hp$ -non-conforme [2]. Notre objectif est donc de retrouver les gains en performances attendus par une modification du schéma GD dans le cas  $hp$  non-conforme.

Dans un premier temps, nous établirons une méthode de condensation adaptée aux flux  $hp$  non-conformes permettant d'éviter cette explosion des coûts de calcul. La méthode se base sur la décomposition du flux en deux termes intégraux, correspondant au produit scalaire  $\mathcal{L}^2$  entre les traces du champ et une fonction test situés de chaque côté de l'interface non-conforme  $(h, p)/(h', p')$ . Sur chacun des termes, le produit scalaire  $\mathcal{L}^2$  est alors remplacé par des semi-produits scalaires définis sur l'intersection des traces tangentielles des espaces  $(h, p)$  et  $(h', p')$  et exprimés dans chacun de ces espaces. N'ayant *a priori* aucune inclusion entre les espaces de traces de  $(h, p)$  et  $(h', p')$ , le semi-produit scalaire par un élément extérieur à l'espace considéré est rendu possible par l'introduction d'un opérateur de reconstruction. Les couples "semi-produit scalaire / opérateur de reconstruction" choisis de chaque côté de l'interface définissent la méthode de condensation appliquée. Des hypothèses sont alors formulées sur ces couples afin d'assurer la convergence du schéma. Leur construction pratique se fait en deux étapes : l'écriture d'une formule de calcul efficace du flux d'un côté de l'interface, puis la déduction de la formule à utiliser de l'autre côté.

Dans un second temps, nous proposons plusieurs cas-tests numériques illustrant les gains en performances. Sur l'exemple précédent, la méthode permet d'obtenir un temps de calcul près de deux fois plus faible sur le maillage mixte  $(h, p = 1)/(3h, p = 2)$  que sur le maillage initial  $(h, p = 1)$ . L'impact de la condensation sur la qualité de l'approximation et la consistance du schéma GD sera également étudié.

## Références

- [1] P. PERSSON, *High-Order Navier-Stokes Simulations using a Sparse Line-Based Discontinuous Galerkin Method*, AIAA 2012-0456, 2012.
- [2] J. B. LAURENT, *Raffinements locaux auto-adaptatifs dans une méthode Galerkin discontinu pour la résolution des équations de Maxwell*, Thèse, Université de Toulouse, 2013.

**Matthieu PATRIZIO**, Nuclétudes, 3 avenue du Hoggar, 91940 Les Ulis, France.

matthieu.patrizio@gmail.com

**Bruno FORNET**, Nuclétudes, 3 avenue du Hoggar, 91940 Les Ulis, France.

bfornet@nuclétudes.com

**Vincent MOUYSSET, Xavier FERRIERES**, ONERA, The French Aerospace Lab, F-3105, Toulouse, France.

vincent.mouysset@onera.fr, xavier.ferriere@onera.fr