

# Estimation d'un quantile extrême sur données dichotomiques Application à la caractérisation de contrainte admissible en fatigue des matériaux

**Emilie Miranda**, LSTA, Université Pierre et Marie Curie & Safran Aircraft Engines

Thèse encadrée par Michel Broniatowski (LSTA) et Charles-Antoine Florentin (Safran Aircraft Engines)

**Mots-clés** : Méthode séquentielle, Estimation de quantile, Données incomplètes

Les pièces de turboréacteurs subissent différents types de sollicitations qui peuvent conduire à leur endommagement. Cette étude s'intéresse à la résistance de pièces soumises à l'application cyclique d'une charge. On parle alors d'endommagement en fatigue. Afin d'étudier la résistance d'un matériau, des études expérimentales sont menées, reproduisant les conditions de vol. Les résultats de ces plans d'essai permettent de caractériser le comportement en fatigue d'un matériau.

Ces travaux ont pour objet la mise en place d'un plan de caractérisation du niveau de contrainte  $s_\alpha$  qui, appliqué sur un matériau, garantit une probabilité de défaillance  $\alpha = 0.1\%$  sur une durée  $n_0$ . La résistance en fatigue du matériau, définie comme le niveau de contrainte à partir duquel le matériau rompt avant  $n_0$ , est modélisée par une variable aléatoire  $R$ . La quantité cible  $s_\alpha$  est le quantile d'ordre  $\alpha$  de  $R$ . Son estimation se heurte à deux principales difficultés. La première est liée au coût d'une campagne d'essais qui contraint le nombre d'éprouvettes testées à un minimum. La seconde concerne la nature des données : la résistance n'est pas observée dans les essais et la seule information disponible est la rupture ou survie de l'éprouvette, qui indique si la résistance est supérieure au seuil  $s$  testé ou non.

L'approche adoptée consiste à se décomposer le problème initial en séquence de problèmes d'estimation moins complexes. La probabilité  $\alpha$  est réécrite comme le produit de probabilités de niveaux plus élevés et donc plus facilement évaluables à partir d'un nombre limité d'observations. L'évènement  $\{R \leq s_\alpha\}$  peut se décomposer en l'intersection d'évènements conditionnels. Soit une série de  $m$  évènements inclusifs  $\{R \leq s_\alpha\} = \{R \leq s_m\} \subset \dots \subset \{R \leq s_1\}$ , avec  $s_\alpha = s_m < s_{m-1} < \dots < s_1$ , la probabilité de rupture sous  $s_\alpha$  se réécrit alors :

$$\mathbb{P}_0(R \leq s_\alpha) = \mathbb{P}_0(R \leq s_1) \prod_{j=1}^{m-1} \mathbb{P}_0(R \leq s_{j+1} \mid R \leq s_j) \quad (1)$$

La décomposition (1) a pour but de faire apparatre une méthode séquentielle de détermination de  $s_\alpha$  : à chaque étape  $j = 1 \dots, m$ , le quantile  $s_{j+1}$  d'ordre  $p \approx 20\%$  de la loi conditionnelle de  $R$  est déterminé à partir d'essais réalisés le seuil  $s_j$ . La modélisation retenue s'appuie sur les résultats sur la loi limite de probabilités de dépassement de seuil ([1] et [2]). La méthode d'estimation utilisée combine deux critères : un critère d'ajustement sur les données en cours et un autre de stabilité sur les quantiles estimés aux étapes précédentes.

## Références

- [1] BALKEMA A. A. AND DE HAAN L., *Residual Life Time at Great Age*, *Ann. Prob.*, 2(5) : 762-804, 1974.
- [2] PICKANDS J., *Statistical Inference using extreme order statistics*, *Ann. Stat.* 3(1) : 119-131, 1975.