

# Croissance de bactéries : le modèle incrémental

**Hugo MARTIN**, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie

**Marie DOUMIC**, INRIA Paris

**Pierre GABRIEL**, Université Versailles St-Quentin-en-Yvelines

**Mots-clés** : Modèles de croissance de bactéries, croissance-fragmentation, modèle incrémental, problème inverse

La croissance des bactéries est modélisée avec succès depuis plusieurs décennies par les équations de population structurées. Le mécanisme régissant le moment de la division est encore un sujet ouvert. Dans [1], le modèle en âge était comparé au modèle en taille. Ce dernier, plus précis pour la répartition totale de bactéries, peut être utilisé pour tester par exemple un environnement variable ou différents nutriments. Cependant, on ne dispose pas encore d'un modèle capable de prédire également la répartition des bactéries en train de se diviser. Un nouveau modèle, dit incrémental, est proposé dans [3] et [4]. Dans celui-ci, la division dépend d'une nouvelle variable structurante : l'incrément de taille, i.e. la différence entre la taille à la naissance et la taille à la division. Si on note  $n(t, x, s)$  le nombre de cellules de taille  $s$  et d'incrément  $x \leq s$  au temps  $t$ , l'équation aux dérivées partielles qui donne l'évolution de  $n$  au cours du temps s'écrit

$$\begin{cases} \partial_t n(t, x, s) + \partial_x(g(s)n(t, x, s)) + \partial_s(g(s)n(t, x, s)) + B(x)g(s)n(t, x, s) = 0, & t > 0, s > x > 0, \\ g(s)n(t, 0, s) = 4g(2s) \int_0^{+\infty} B(x)n(t, x, s) ds, & s, t > 0, \\ n(0, x, s) = n^0(x, s), & s > x \geq 0. \end{cases}$$

Le coefficient  $g(s)$  représente la croissance de chaque bactérie et ne dépend que de la taille  $s$ . Le coefficient  $B(x)$  est le taux de division et on considère qu'il ne dépend que de l'incrément de taille. L'analyse de l'équation a permis d'établir l'existence et l'unicité d'une solution du problème de Perron associé, dans le cas où  $g$  est l'identité, *via* une méthode de point fixe. Un travail futur consistera en l'estimation du taux de division  $B$ .

## Références

- [1] L.Robert, M. Hoffmann, N. Krell, S. Aymerich, J. Robert, and M. Doumic, *Division in Escherichia coli is triggered by a size-sensing rather than a timing mechanism*, BMC Biology **12**:17, 2014.
- [2] M. Doumic, M. Hoffmann, P. Reynaud, and V. Rivoirard, *Nonparametric estimation of the division rate of a size-structured population*, SIAM J. Num. Anal. **50**(2), 2012.
- [3] S. Taheri-Araghi, S. Bradde, J. T. Sauls, N. S. Hill, P. A. Levin, J. Paulsson, M. Vergassola, and, Suckjoon Jun, *Cell-Size Control and Homeostasis in Bacteria*, Current Biology **25**(3), 2015.
- [4] A. Amir, *Cell size regulation in bacteria*, Phys. Rev. Lett. **112**, 2014.
- [5] A. Olivier, Analyse statistique des modèles de croissance-fragmentation, 2015, thèse.

**Hugo MARTIN**, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie, 4, place Jussieu, 75005, Paris

`martinh@ljl.math.upmc.fr`

**Marie DOUMIC**, INRIA Paris, 2 rue Simone Iff, 75589 Paris Cedex 12

`Marie.Doumic-Jauffret@inria.fr`

**Pierre GABRIEL**, Université de Versailles St-Quentin-en-Yvelines, 45 avenue des tats-Unis 78035 Versailles  
`pierre.gabriel@uvsq.fr`