Modélisation de l'écoulement d'un fluide miscible rhéofluidifiant l'échelle micrométrique et application aux roches poreuses 3D

Laurène HUME, Université de Pau et des Pays de l'Adour

David SANCHEZ, INSA Toulouse

Robin CHATELIN, Université de Lyon

Philippe PONCET, Université de Pau et des Pays de l'Adour

Mots-clés : Equations de Stokes, écoulement rhéofluidifiant, viscosité variable

L'objectif de notre étude est d'analyser un écoulement rhéofluidifiant à viscosité variable au sein d'un domaine Ω comportant un obstacle solide. Cette situation est modélisée grâce à un système de Stokes non-linaire pénalisé, couplé à une équation de diffusion-transport. En notant α la concentration massique caractérisant la substance transportée, on souhaite dans un premier temps montrer l'existence et l'unicité de la solution (u, p, α) du système

$$\begin{cases} u = \bar{u} \text{ dans le solide }, \\ -\mathrm{div}(2\mu(\alpha, u)D(u)) = f - \nabla P \text{ dans le fluide,} \\ \mathrm{div} u = 0 \text{ dans } \Omega, \\ \partial_t \alpha + u \cdot \nabla \alpha - \eta \Delta \alpha = 0 \text{ dans } \Omega, \end{cases} \tag{1}$$

avec $D(u) = (\nabla u + \nabla u^T)/2$. La viscosité μ suit la loi de rhéologie suivante de type Carreau :

$$\mu(\alpha, u) = \mu_\infty + (\mu_0(\alpha) - \mu_\infty)\left(1 + \beta^2 |D(u)|^2\right)^{\frac{p(\alpha)-2}{2}}, \tag{2}$$

avec μ_∞ la viscosité du solvant. Si on voit (2) comme une régularisation de la loi d'Ostwald $\mu = K|D|^{p-2}/2$, l'opérateur de (1) s'crit $-K\mathrm{div}(|D|^{p-2}D)$ et est de type $p-$laplacien. La loi rhéologique indique la transition non-Newtonienne subie par le fluide en fonction de α et de la vitesse u : pour $\alpha = 0$, la viscosité est celle du solvant, et pour $\alpha = 1$, le polymère est pur. Afin de prendre en compte correctement le saut induit par l'obstacle solide, on introduit le problème pénalisé

$$\begin{cases} -\mathrm{div}(2\mu(\alpha, u^\varepsilon)D(u^\varepsilon)) + \dfrac{\mathbf{1}_{B(t)}}{\varepsilon}(u^\varepsilon - \bar{u}) = f - \nabla P^\varepsilon & \text{dans } \Omega, \\ \mathrm{div} u^\varepsilon = 0 & \text{dans } \Omega, \\ \partial_t \alpha^\varepsilon + u^\varepsilon \cdot \nabla \alpha^\varepsilon - \eta \Delta \alpha^\varepsilon = 0 & \text{dans } \Omega. \end{cases} \tag{3}$$

On montre l'existence et l'unicité d'une suite de triplets solutions $(u_\varepsilon, p_\varepsilon, \alpha_\varepsilon)$ pour (3) qui converge fortement vers la solution (u, p, α) de (1). On obtient un système d'EDPs dont la solution numérique est obtenue par un solveur rapide récemment introduit ([1]). Nous présenterons également des simulations numériques illustrant la méthode dans un milieu poreux géologique en géométrie réelle 3D.

Références

[1] R. Chatelin et P. Poncet, *A hybrid grid-particle method for moving bodies in 3D Stokes flow with variable viscosity*, SIAM Journal of Scientific Computing, 35 (4) B925-B949 , 2013.

[2] R. Chatelin, D. Sanchez et P. Poncet, *Analysis of the penalized 3D variable viscosity Stokes equations coupled to diffusion and transport*, ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 50 565-591, 2016.

Laurène HUME, LMAP-IPRA, CNRS UMR 5142 UPPA, Avenue de l'Université, 64000 Pau
laurene.hume@univ-pau.fr
David SANCHEZ, IMT CNRS Team MIP INSA GMM, 135 Avenue de Rangueil, 31077 Toulouse
david.sanchez@insa-toulouse.fr
Robin CHATELIN, Université de Lyon - ENI, LTDS UMR CNRS 5513, 58 rue Jean Parot, 42025 Saint Etienne
robin.chatelin@enise.fr
Philippe PONCET, LMAP-IPRA, CNRS UMR 5142 UPPA, Avenue de l'Université, 64000 Pau
philippe.poncet@univ-pau.fr