# Introduction : quelques outils et notions élémentaires pour les EPDS et leur approximation numérique

**Julia Charrier**, I2M, Université Aix-Marseille

Cet exposé s'adresse à un public non spécialiste des équations différentielles stochastiques et équations aux dérivées partielles stochastiques ainsi que des méthodes numériques associées à ces équations. Le but de cet exposé est de présenter de manière formelle des outils classiques élémentaires qui permettront une meilleure compréhension des exposés qui suivent pour ceux qui ne sont pas familiers avec ces notions/techniques.
La première partie de l'exposé aura pour objectif de présenter les notions et résultats importants liés aux équations différentielles stochastiques et à leur approximation numérique. On commencera par présenter formellement les propriétés du mouvement brownien, les grands principes du calcul stochastique et la formule d'It dans le cas de processus à valeurs réelles. Puis on introduira les équations différentielles stochastiques et on donnera la définition d'une solution (forte). On présentera le critère de Kolmogorov qui permet d'obtenir des propriétés de régularité hlderienne sur les trajectoires.
On évoquera aussi le générateur de semi-groupe et les équations de Kolmogorov (progressive et rétrograde) associées. On présentera ensuite le schéma d'Euler explicite pour les EDS et on s'intéressera à l'estimation d'erreur : pour cela on commencera par définir deux notions d'erreurs, l'erreur forte et l'erreur faible. On verra que sous des hypothèses naturelles on obtient une erreur forte en $\sqrt{\Delta t}$ (en utilisant des estimations de type Gronwall) et une erreur faible en $\Delta t$ (en utilisant l'équation de Kolmogorov rétrograde associée à l'EDS).
Dans une seconde partie, on s'intéressera à la généralisation des notions précédentes au cas de processus à valeurs dans un espace de dimension infinie, c'est à dire plus précisément aux équations aux dérivées partielles stochastiques. On commencera par voir comment on peut généraliser le mouvement brownien pour obtenir des bruits en espace et en temps grce aux processus de Wiener cylindriques. Puis on évoquera la généralisation de l'intégrale stochastique en dimension infinie. On définira alors les EDPS dans un cadre formel général et la notion de solution fabile. Dans le cas d'un bruit additif, on présentera les notions de solution *mild* et de convolution stochastique qui sont importantes à la fois d'un point de vue théorique et pour l'approximation numérique.

**Julia Charrier**, I2M, Aix-Marseille Université, CNRS, Centrale Marseille, UMR 7373, 13453 Marseille France
`julia.charrier@univ-amu.fr`