

Méthode des éléments virtuels pour les calculs géomécaniques

Julien COULET, IFP Énergies nouvelles

Isabelle FAILLE, IFP Énergies nouvelles

Vivette GIRAULT, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Upmc

Frédéric NATAF, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Upmc

Les calculs de déformation mécanique s'appuient en général sur la méthode des éléments finis qui requiert un maillage compatible, c'est à dire dont les entités appartiennent à une liste de référence (triangles, prismes, hexaèdres, *etc.*). Dans le cas des milieux géologiques, la construction de ce type de maillage peut s'avérer délicate en raison du caractère stratifié et fortement hétérogène de ces milieux, ou de la présence de discontinuités telles que les failles. Dans ce contexte, on s'intéresse ici à l'emploi d'une classe de maillages plus généraux composés d'éléments polygonaux ou polyédriques selon la dimension considérée. Dès 1975, l'introduction de fonctions de base pour éléments polygonaux a entraîné plusieurs travaux visant à généraliser la méthode des éléments finis à des maillages polyédriques. Mais l'intégration numérique de ces fonctions, en plus d'être coûteuse, dégrade la précision de la méthode.

Contrairement aux éléments finis, la méthode des éléments virtuels (VEM) introduite en 2013 [1] ne nécessite pas la connaissance explicite des fonctions de base. Celles-ci sont définies sur chaque élément comme solution d'une équation aux dérivés partielles. La méthode ne requiert ni élément de référence, ni formule de quadrature. En effet, le choix des degrés de liberté permet d'évaluer exactement la forme bilinéaire lorsque l'un au moins de ses arguments est polynomial. Or, grâce à un opérateur de projection vers l'espace des polynômes, seul le projeté polynomial des fonctions de base est évalué par la forme bilinéaire. La partie complémentaire (non polynomiale) est traitée par un terme de stabilisation devant simplement respecter les ordres de grandeurs géométriques physiques. Par conséquent, la méthode satisfait le *patch test* : la solution numérique est égale à la solution exacte si cette dernière est polynomiale.

La méthode des éléments virtuels a été récemment appliquée à différents problèmes, comme par exemple l'équation de diffusion, les systèmes d'élasticité [2], les équations de Stokes ou encore l'équation de Helmholtz. Nos travaux portent sur l'étude de son potentiel pour le cas des équations de la poro-élasticité. Dans cet exposé, on rappellera les fondements mathématiques de la méthode puis on présentera des résultats obtenus pour le modèle de l'élasticité linéaire illustrant l'impact de différents paramètres.

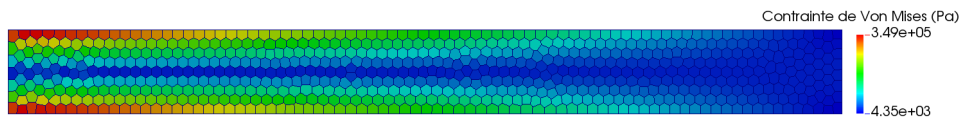


Figure 1: Calcul de la contrainte de Von Mises d'une poutre en flexion maillée par des polygones

Références

- [1] BEIRÃO DA VEIGA, BREZZI, CANGIANI, MANZINI, MARINI, RUSSO, *Basic Principles of Virtual Element Methods*, Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, Vol.23 p199–214, 2013.
- [2] GAIN, TALISCHI, PAULINO, *On the Virtual Element Methode for three-dimensional linear elasticity problems on arbitrary polyhedral meshes*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.282 p132–160, 2014.

Julien COULET, IFP Énergies nouvelles, 1 et 4 avenue de Bois-Préau, 92852 Rueil-Malmaison
julien.coulet@ifpen.fr

Isabelle FAILLE, IFP Énergies nouvelles, 1 et 4 avenue de Bois-Préau, 92852 Rueil-Malmaison
isabelle.faille@ifpen.fr

Vivette GIRAULT, Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598 Lab. J-L Lions, F-75005 Paris
girault@ann.jussieu.fr

Frédéric NATAF, CNRS, UMR 7598 Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005 Paris
nataf@ljl.math.upmc.fr