Stabilité exponentielle de systèmes quasi-linéaires hyperboliques 1-D non-homogènes pour la norme C^1 sous l'influence de conditions au bord dissipatrices

Amaury HAYAT, Université Pierre et Marie Curie

Mots-clés : Stabilisation, Lyapunov, Hyperbolique, Saint-Venant, non-linéaire, contrle aux bords

Les systèmes hyperboliques sont étudiés depuis des siècles car leur capacité à modéliser des phénomènes extrêmement divers donne lieu à de nombreuses applications, aussi bien en hydrodynamique qu'en régulation du traffic routier ou en transport d'énergie [1]. Afin d'être capable d'utiliser ces systèmes dans les applications humaines, notre capacité à les stabiliser, et en particulier à stabiliser leurs états stationnaires, est une question fondamentale.

Si cette question de la stabilisation des états stationnaires de systèmes hyperboliques quasi-linéaires $1-D$ a été très étudiée en l'absence de terme source ([2],[3], [4]), dans le cas, souvent plus réaliste, où un terme source est présent seule la stabilisation en norme H^p est bien connue [1] et peu de résultats existent concernant les normes plus naturelles C^1 et C^p.

Dans cette présentation nous nous intéresserons à la stabilisation en norme C^1 et pour cela nous commencerons par définir la notion de *basic C^1 Lyapunov function*, sorte de fonction de Lyapunov naturelle pour cette norme. Nous montrerons à quelle condition nécessaire et suffisante un sytème $1-D$ quasi-linéaire hyperbolique admet une de ces fonctions de Lyapunov dans le cas général, moyennant des conditions aux bords appropriées.

Nous verrons ensuite que dans le cas particulier d'un système 2×2, très utile en pratique, cette condition nécessaire et suffisante s'écrit simplement. Nous verrons alors qu'il est possible d'établir un lien entre la stabilité dans l'échelle de norme H^p et la stabilité dans l'échelle de norme C^p.

Enfin nous nous intéresserons à un exemple d'application plus précis: celui des voies navigables et nous montrerons que dans le cas des équations de Saint-Venant qui modélisent les fleuves et les écoulements de faibles profondeurs il existe toujours une *basic C^1 Lyapunov function* qui garantit la stabilité du système en choisissant des conditions aux bords adaptées.

Références

[1] Bastin, G., Coron, J. M., *Stability and boundary stabilization of 1-d hyperbolic systems.*, Birkhauser. (2016).

[2] Coron, J. M., Bastin, G., *Dissipative Boundary Conditions for One-Dimensional Quasi-linear Hyperbolic Systems: Lyapunov Stability for the C^1-Norm.*, SIAM Journal on Control and Optimization, 53(3), 1464-1483. (2015).

[3] Coron, J. M., Bastin, G., d'Andra-Novel, B., *Dissipative boundary conditions for one-dimensional nonlinear hyperbolic systems.*, SIAM Journal on Control and Optimization, 47(3), 1460-1498. (2008).

[4] T.-T. Li*Global Classical Solutions for Quasi-linear Hyperbolic Systems* Res. Appl. Math., Masson, Paris, and Wiley, New York. (1994).

Amaury HAYAT, LJLL, Université Pierre et Marie Curie, 4 place Jussieu, 75005 Paris
amaury.hayat@polytechnique.org