Analyse asymptotique et contrôle optimal pour un problème de pollution en sous-sol

Éloïse COMTE, Université de La Rochelle

Cette présentation est dédiée à un problème régi par des échelles de temps contrastées (temps de réaction rapide, temps de transport moyen, profit à court terme et politiques envrionnementale à long terme). On considère un problème de contrôle optimal de contamination d'eau souterraine par pollution agricole. L'objectif économique inter-temporel prend en compte le compromis entre l'utilisation d'engrais et les coûts de dépollution. Il est sous la contrainte d'un modèle hydrogéologique pour la propagation de la pollution dans l'aquifère. Ce modèle est constitué d'une équation aux dérivées partielles parabolique non linéaire couplée par le tenseur de dispersion et le terme de convection avec une équation elliptique, dans un domaine 3D. On modélise finement le transport du polluant, en prenant en compte l'opérateur de dispersion dépendant non linéairement de la vitesse du fluide qui est elle-même une inconnue du problème dépendant de la charge hydraulique. Pour prendre en compte les conséquences à long terme d'une politique optimale, on considère l'objectif économique sur un temps infini.
Le modèle est le suivant :

$$\max_{p\in E} \int_0^T \Big(\int_\Omega \Big(f(x,p(x,t)) - D(x,c(x,t)) \Big) dx \Big) e^{-\rho t} dt$$
$$E = \{q \in L^2(0,T;L^2(\Omega)); 0 \le q(x,t) \le \bar{p} \text{ presque partout dans } \Omega \times (0,T)\}$$

sous contraintes

$$\begin{cases} R\psi\partial_t c + v\cdot\nabla c - \operatorname{div}(\psi S(v)\nabla c) = -r(c) + (p+\gamma)(1-c) - gc \\ \operatorname{div}(v) = p + \gamma + g \ , \ v = -\kappa\nabla\phi \end{cases}$$

avec le terme de réaction r, les conditions initiales et aux bords que nous choisissons variées.
En prenant en compte la faible concentration du polluant dans le sous-sol, nous écrivons rigoureusement le modèle mis à l'échelle approprié et nous montrons l'existence et l'unicité de sa solution en utilisant des perturbations singulières et des outils d'analyse asymptotique.

Références

[1] E. Augeraud-Véron, C. Choquet and É. Comte, *Optimal control for a Groundwater Pollution Ruled by a Convection-Diffusion-Reaction Problem*, Journal of Optimization Theory and Applications, online first DOI 10.1007/s10957-016-1017-8, 2016.

[2] H. Amann, *Dynamic theory of quasilinear parabolic systems, III Global existence*, Math. Z., 202, 219-250, 1989.

[3] J. Bear and A. Verruijt, *Modeling Groundwater Flow and Pollution*, Springer Netherlands, Theory and Applications of Transport in Porous Media, 1987.

[4] C. Camacho and A. Pérez-Barahona, *Land use dynamics and the environment*, J. Economic Dynamics and Control, 52, 96-118, 2015.

[5] A. Haraux, F. Murat, *Influence of a Singular Perturbation on the Infimum of Some Functionals*, Journal of Differential Equations, 58, 43-75, 1985.

COMTE Éloïse, Laboratoire MIA, 23 Avenue A. Einstein, BP 33060, 17031 La Rochelle
`eloise.comte@univ-lr.fr`