

Échantillonnage de la transformée de Fourier le long des lignes radiales

Charles Dossal, IMB, Université de Bordeaux

Vincent Duval, MOKAPLAN, INRIA Paris, CEREMADE, Université Paris-Dauphine

Clarice Poon, DAMTP, University of Cambridge

Le problème d'estimation de paramètres d'une superposition de sources ponctuelles est motivé par des applications telles que l'astronomie, la spectroscopie RMN (résonance magnétique nucléaire) et la microscopie, où le signal d'intérêt peut souvent être modélisé par des sources ponctuelles. Ces dernières années, sa reformulation en tant que problème convexe de dimension infinie a fait l'objet de recherches intenses au sein de la communauté mathématique [1]. Cependant, ces travaux se sont concentrés sur le cas où l'on échantillonne la transformée de Fourier sur une grille cartésienne. D'autre part, les contraintes physiques peuvent parfois limiter les observations à certaines directions angulaires, et dans le cas de la spectroscopie RMN, on est amené à échantillonner le long de trajectoires continues telles que des lignes radiales.

Dans cette présentation, nous étudions le problème d'estimation de paramètres par minimisation de la variation totale à partir d'échantillons de la transformée de Fourier le long de lignes radiales [2]. Nous montrons d'abord que ce problème de minimisation peut être résolu en considérant une famille finie de problèmes de minimisation unidimensionnels. En s'appuyant sur cette observation, nous présentons un algorithme numérique pour le calcul de solutions à ce problème de dimension infinie.

Sur le plan théorique, nous fournissons des conditions suffisantes sur le nombre de lignes radiales et le nombre d'échantillons le long de ces lignes radiales pour garantir une reconstruction exacte avec forte probabilité. Nos principaux résultats montrent qu'en dimension d , on peut récupérer les paramètres d'une superposition de M sources ponctuelles en échantillonnant sa transformée de Fourier le long de $d + 1$ lignes radiales. En outre, le nombre d'échantillons dont nous avons besoin le long de chaque ligne est, à des facteurs logarithmiques près, linéaire en M .

Références

- [1] E. CANDÈS AND C. FERNANDEZ-GRANDA, *Towards a mathematical theory of super-resolution*, Communications on Pure and Applied Mathematics, 67(6):906-956, 2014.
- [2] C. DOSSAL, V. DUVAL AND C. POON, *Sampling the Fourier transform along radial lines*, arXiv preprint arXiv:1612.06752, 2016.