

Existence d'ondes progressives pour l'équation de KdV-KS

Clémentine COURTÈS, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay

Frédéric ROUSSET, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay

L'équation de Korteweg-de Vries/Kuramoto-Sivashinsky (KdV-KS) $\partial_t u + u\partial_x u = \epsilon\partial_x^2 u + \mu\partial_x^3 u + \nu\partial_x^4 u$ est une équation dispersive-diffusive apparaissant dans de nombreux phénomènes physiques. Selon les valeurs des paramètres ϵ , μ et ν , elle peut modéliser des instabilités dans les plasmas, la propagation d'un front de flammes ou encore un écoulement mince de fluide visqueux sur un plan incliné (pour $0 < |\epsilon|, |\nu| \ll 1$). Dans ce dernier cas, elle dérive alors des équations de Saint-Venant visqueuses à nombre de Froude super-critique ou des équations de Navier-Stokes à faible nombre de Nusselt, en régime grande amplitude/eau peu profonde.

Nous nous intéressons à l'existence d'ondes progressives pour cette équation, plus particulièrement, pour deux configurations possibles des paramètres ϵ , μ et ν .

- Lorsque $\nu = 0$, $\epsilon > 0$, $\mu > 0$, il s'agit de l'équation de Korteweg-de Vries-Burgers. Nous montrons l'existence d'une onde progressive par une fonction de Lyapunov et retrouvons, par cette méthode, les résultats de [1] : l'onde est oscillante si la dispersion l'emporte, et monotone dans le régime de grande diffusion.
- Lorsque $\epsilon = 0$, $\mu > 0$, $\nu < 0$, il s'agit de l'équation de Korteweg-de Vries avec terme diffusif d'ordre 4. L'existence d'une onde progressive est démontrée, dans ce cas, par des arguments de systèmes dynamiques : théorème de la variété centrale (nous nous focalisons pour cela sur l'existence d'ondes de petites amplitudes), théorie des bifurcations et fonction de Lyapunov.

Références

- [1] BONA, J.L. AND SCHONBEK, M.E., *Travelling-wave solutions to Korteweg-de Vries-Burgers equations*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh, Ser. A, 101:207–226, 1985.

Clémentine COURTÈS, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Univ. Paris-Sud, CNRS, Université Paris-Saclay, 91405 Orsay, France

`clementine.courtes@math.u-psud.fr`

Frédéric ROUSSET, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Univ. Paris-Sud, CNRS, Université Paris-Saclay, 91405 Orsay, France

`frederic.rousset@math.u-psud.fr`