

Méthode bigrilles à séparation d'échelle pour les équations de champ de phase d'un mélange binaire de fluide en éléments finis

Clara ALKOSSEIFI, Université de Picardie Jules Verne (UPJV) et Université Libanaise (UL)

Hyam ABOUD, Université Libanaise (UL)

Jean-Paul CHEHAB, Université de Picardie Jules Verne (UPJV)

Youssef ZAATAR, Université Libanaise (UL)

Mots-clés : méthode bigrilles, séparation d'échelle, équations de champs de phase, éléments finis

Nous présentons ici des schémas bigrilles en éléments finis pour la simulation d'EDP de réaction-diffusion, particulièrement de type champs de phase.

On se donne deux espaces d'approximations en éléments finis : V_h , l'espace fin et V_H l'espace grossier. Les nouveaux schémas proposés reposent sur une décomposition de l'approximation de la solution u sur l'espace fin V_h en partie principale \bar{u} et partie fluctuante \tilde{u} : $u = \bar{u} + \tilde{u}$, où $\bar{u} \in V_H$ est le prolongé L^2 de l'approximation. $\tilde{u} \in V_h$ est donc une erreur d'interpolation qui contient les modes élevés de la solution, c'est à dire des composantes de petit ordre, comparées à celles principales (u et \bar{u}) qui sont de l'ordre de la solution physique. Dans ce cadre nous introduisons des schémas à deux grilles [1] de type prédiction-correction consistant à calculer d'abord une approximation de la solution sur V_H par un schéma implicite puis, après prolongation de calculer la partie fluctuante dans V_h par un schéma simplifié, [4, 5]. Cette approche permet de stabiliser le schéma sur V_h sans compromettre la consistance [3].

Nous appliquons cette stratégie à des problèmes de type Allen-Cahn ou Cahn Hilliard [2] et mettons en avant une réduction du temps CPU de calcul et une stabilisation plus fine de l'équation. Nous considérons différent type d'EF (P_1 , P_2).

Références

- [1] H. ABOUD, V. GIRAULT AND T. SAYAH, *A second order accuracy for a full discretized time-dependent Navier-Stokes equations by a two-grid scheme*, Numer. Math. DOI 10. 1007/s00211-009-0251-5.
- [2] A. BERTOZZI, S. ESEDOGLU, AND A. GILLETTE, *Inpainting of binary images using the Cahn-Hilliard equation*, IEEE Trans. Image Proc. (2007), 285–291.
- [3] J.-P. CHEHAB AND B. COSTA, *Multiparameter schemes for evolutionary equations*, Numerical Algorithms 34: 245-257, 2003.
- [4] C. CALGARO, J.-P. CHEHAB, J. LAMINIE AND E. ZAHROUNI, *Séparation des échelles et schémas multiniveaux pour les équations d'ondes non-linéaires*, ESAIM: Proceedings, May 2009, Vol. 27, p. 180-208.
- [5] M. MARION, J. XU, *Error Estimates on a New Nonlinear Galerkin Method Based on Two-Grid Finite Elements*, SIAM Journal on Numerical Analysis Vol. 32, No. 4 (Aug., 1995), pp. 1170–1184
- [6] J. SHEN, X. YANG, *Numerical Approximations of Allen-Cahn and Cahn-Hilliard Equations*. DCDS, Series A, (28), (2010), pp 1669–1691.

Clara ALKOSSEIFI, Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée (LAMFA), Université de Picardie Jules Verne (UPJV), 33, rue Saint-Leu, 80039 Amiens et Laboratoire de Physique Appliquée (LPA), Faculté des Sciences II, Université Libanaise (UL)

`clara.al.kosseifi@u-picardie.fr`

Hyam ABOUD, Laboratoire de Physique Appliquée (LPA), Faculté des Sciences II, Université Libanaise (UL)
`haboud@ul.edu.lb`

Jean-Paul CHEHAB, Laboratoire Amiénois de Mathématique Fondamentale et Appliquée, Université de Picardie Jules Verne (UPJV), 33, rue Saint-Leu, 80039 Amiens

`jean-paul.chehab@u-picardie.fr`

Youssef ZAATAR, Laboratoire de Physique Appliquée (LPA), Faculté des Sciences II, Université Libanaise (UL)

`yzaatar@ul.edu.lb`