

Conditions aux limites approchées pour un problème de couche mince en géométrie non régulière

Auvray Alexis, École Centrale de Lyon

Les problèmes d'équations aux dérivées partielles sur des domaines avec couche mince sont fréquents en physique, biologie, ingénierie... Leur résolution numérique peut poser des difficultés quand l'épaisseur de la couche devient trop petite. Il convient alors d'utiliser un modèle sans couche, dit d'impédance, avec une condition de bord adaptée afin d'approcher le problème originel, dit de transmission. Cette approximation, plus simple à résoudre, peut s'avérer performante dans le cas où le domaine est régulier mais se dégrade rapidement dans le cas non régulier (cf [3]).

On présentera les problèmes de transmission et d'impédance pour des opérateurs du type $-\operatorname{div}(a\nabla u^\epsilon)$ avec a constante par morceaux valant α sur Ω_i , 1 sur Ω_e^ϵ (cf figure 1). Puis, leurs développements asymptotiques nous permettront d'établir, dans le cas régulier, l'efficacité de la condition d'impédance associée :

$$u^\epsilon + \epsilon\alpha\partial_\nu u^\epsilon \text{ sur } \Gamma_2. \quad (1)$$

Nous verrons, dans le cas non régulier, la nécessité d'introduire lors des développements asymptotiques de nouveaux objets - des profils - vivant sur des domaines infinis (cf [1]). Nous observerons alors une perte de précision découlant de ces profils. Des méthodes visant à corriger ces pertes de précision seront proposées; on pourra approcher la solution de transmission par le début de son développement asymptotique (cf [2]); des méthodes multi-échelles seront envisagées, notamment en remplaçant le α de la condition d'impédance (1) par une fonction $x \mapsto \alpha_\bullet(\epsilon^{-1}x)$ bien choisie, en lien avec les profils.

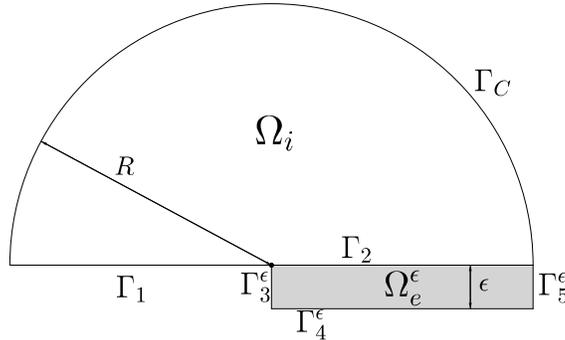


Figure 1: Exemple de domaine de transmission

Références

- [1] G. CALOZ, M. COSTABEL, M. DAUGE, G. VIAL. *Asymptotic expansion of the solution of an interface problem in a polygonal domain with thin layer.*, *Asymptot. Anal.*, **50**(1-2), 2006
- [2] M. DAUGE, P. DULAR, L. KRÄHENBÜHL, V. PÉRON, R. PERRUSSEL, C. POIGNARD, *Corner asymptotics of the magnetic potential in the eddy-current model.*, *Math. Methods Appl. Sci.*, **37**(13), 2014.
- [3] G. VIAL, *Efficiency of approximate boundary conditions for corner domains coated with thin layers.*, *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I*, 340, pp. 215-220, 2005.