

Mini-symposium MFG-APP

Jeux à champ moyen et applications

Mini-symposium porté par le projet PGMO VarPDEMFG. Les organisateurs et participants du mini-symposium MFG-APP remercient la composante MODE de la SMAI pour son aide financière.

Résumé

Le but de la théorie des jeux à champ moyen, initiée par J.-M. Lasry et P.-L. Lions dans les articles [1, 2, 3], est de décrire le comportement des équilibres de Nash des jeux différentiels comportant un nombre infini de joueurs. Des nombreuses applications de cette théorie ont été étudiées en économie mathématique, finance, sciences sociales et ingénierie. Dans un cadre simple, cette théorie repose sur l'étude d'un système de deux EDPs dont une est une équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman, décrivant le coût optimal d'un joueur générique, et l'autre est une équation de Fokker-Planck-Kolmogorov qui gère la dynamique de la population (en équilibre).

Dans ce minisymposium, nous explorerons des aspects théoriques et des applications de ce domaine de recherche. En particulier, nous verrons la mise en œuvre des méthodes dites variationnelles pour établir l'existence et l'unicité du ledit système, des problèmes d'arrêt optimal, apprentissage et finalement des applications à l'étude des mouvements de foules.

Organisateur(s)

1. **Daniela Tonon**, CEREMADE Université Paris-Dauphine.
2. **Francisco J. Silva**, XILIM Université de Limoges.

Liste des orateurs

1. **Daniela Tonon**, Université Paris-Dauphine
Titre : Analyse variationnelle de deux problèmes d'optimization convexe en dualité appliquée aux jeux à champ moyen.
2. **Adriano Festa**, Université de Rouen
Titre : Approximations numériques d'un modèle de Hughes pour le mouvement des foules.
3. **Saeed Hadikhanloo**, Université Paris-Dauphine
Titre : Apprentissage dans les Jeux Anonymous Non-atomique : Application dans les Jeux Champs Moyens.
4. **Filippo Santambrogio**, Université Paris-Sud
Titre : Discrétisation temporelle de Jeux à Champ Moyen variationnels et applications.

Références

- [1] J.-M. LASRY AND P.-L. LIONS, *Mean field games*, Jpn. J. Math., 2, 2007, 229-260.
- [2] J.-M. LASRY AND P.-L. LIONS, *Jeux à champ moyen I. Le cas stationnaire*, C. R. Math. Acad. Sci. Paris, 343, 2006, 619-625.
- [3] J.-M. LASRY AND P.-L. LIONS, *Jeux à champ moyen II. Horizon fini et contrôle optimal*, C. R. Math. Acad. Sci. Paris, 343, 2006, 679-684.

Daniela Tonon, CEREMADE, Université Paris-Dauphine, Place du Maréchal de Lattre de Tassigny, 75775 Paris, France, tonon@ceremade.dauphine.fr

Francisco J. Silva, Institut de recherche XLIM-DMI, UMR-CNRS 7252 Faculté des sciences et techniques, Université de Limoges, 87060, Limoges, France, francisco.silva@unilim.fr

1 Daniela Tonon : Analyse variationnelle de deux problèmes d'optimization convexe en dualité appliquée aux jeux à champ moyen

Les jeux à champ moyen (MFG) ont été introduits pour décrire l'équilibre de Nash dans les jeux différentiels avec un nombre infini de joueurs. Dans des cas simples le modèle devient un système de deux équations couplées : une équation d'Hamilton-Jacobi en arrière et une équation de Fokker-Plank en avant. Le point de départ de notre étude est que dans certains cas le système MFG peut être vu comme un système de deux problèmes d'optimization convexe en dualité. Cette formulation nous donne une stratégie variationnelle pour étudier la bonne position du système des EDP. En suivant cette méthodologie, on montre l'existence et l'unicité des solutions faibles de quelque jeu à champ moyen, même dégénéré, et l'existence des solutions d'un problème MFG modifié dans le quel la distribution finale et initiale des agents sont données.

2 Adriano Festa : Approximations numériques d'un modèle de Hughes pour le mouvement des foules

Dans cet exposé, nous introduisons un modèle discret temps-état fini pour le flux piétonnier sur un graphe, dans l'esprit du modèle de Hughes pour les milieux continus dynamiques. Les piétons, représentés par une fonction de densité, se déplacent sur un réseau en choisissant un itinéraire qui doit minimiser le coût de déplacement instantané vers la destination. La densité est régie par une loi de conservation tandis que le principe de minimisation est décrit par une équation eikonale. Nous montrons que le modèle est bien posé et nous mettons en œuvre quelques exemples numériques pour démontrer la validité du modèle proposé.

3 Saeed Hadikhanloo : Apprentissage dans les Jeux Anonymes Non-atomique : Application dans les Jeux Champs Moyens

On introduit un modèle des Jeux Anonymes où les actions sont choisies parmi les ensembles dépendant des joueurs. On propose des procédures d'apprentissage similaires aux Fictitious Play et Online Mirror Descent. On montre la convergence de ces procédures vers l'Equilibre Nash dans le cas monotone. Les cas d'application principal de notre travail sont les jeux champs moyens.

4 Filippo Santambrogio : Discrétisation temporelle de Jeux à Champ Moyen variationnels et applications

Un jeu à champ moyen d'origine variationnelle consiste essentiellement à chercher une courbe dans l'espace des mesures qui minimise une certaine action. Dans le cas d'un Hamiltonien quadratique, cela peut très bien se discrétiser en temps, en obtenant une minimisation qui fait intervenir une somme de distances de Wasserstein au carré, et les conditions d'optimalité de ce problème rappellent beaucoup ce qui se fait dans le schéma JKO (Jordan-Kinderlehrer-Otto) pour les EDP d'évolution qui ont une structure de flot de gradient. En utilisant des techniques développées pour le schéma JKO, il est possible d'obtenir des estimations de régularité ($L^p, H^1, L^\infty \dots$) sur la densité des mesures optimales, ce qui est utile dans certains cas pour justifier rigoureusement le fait que ces minimiseurs soient aussi un équilibre.