Un schéma *asymptotic-preserving* et *well-balanced* pour le modèle P_N de transport monodimensionnel à symétrie sphérique

Xavier VALENTIN, CEA, DAM, DIF

Cédric ENAUX, CEA, DAM, DIF

Pauline LAFITTE, École Centrale Paris

Dans le cadre de la simulation de phénomènes liés à la fusion par confinement inertiel (FCI), on s'intéresse à la résolution de problèmes instationnaires de transport monodimensionnel à symétrie sphérique. Pour s'affranchir des erreurs stochastiques (méthodes Monte-Carlo) et des "effets de raies" (méthodes des ordonnées discrètes), on utilise la méthode déterministe d'approximation angulaire P_N, consistant à projeter l'équation de transport intégro-différentielle sur une base d'harmoniques sphériques tronquée aux N premiers termes (N arbitraire), et ainsi obtenir un système hyperbolique de $N + 1$ équations incluant des termes sources (voir [**?**]).
Que ces termes sources soient d'origine géométrique (coordonnées sphériques) ou physique (scattering, absorption), ils sont potentiellement raides, impliquent une limite diffusion et des états stationnaires non triviaux, de sorte que leur discrétisation est particulièrement délicate (voir [**?**] pour les termes géométriques, et [**?**] pour les termes physiques).
Or, le modèle P_N considéré s'inscrit dans le cadre des systèmes de Friedrichs avec relaxation, dont l'étude du problème adjoint fournit des propriétés intéressantes (voir [**?**]), comme la mise en évidence d'une famille de formes conservatives. Partant de ce constat, on construit, dans le cas N impair, une forme conservative basée sur les solutions stationnaires du système. Ce système hyperbolique de lois de conservation est alors naturellement discrétisé par une méthode de type volumes finis avec flux décentré amont. On démontre que le schéma obtenu est :

- stable L^2 sous condition CFL,
- uniformément d'ordre 1 en espace et en temps,
- *well-balanced*, *i.e.* capture exactement les états stationnaires,
- *asymptotic-preserving*, *i.e.* capture la limite diffusion sur maillage grossier.

On présente des résultats numériques qui mettent en évidence l'apport du nouveau schéma.

Références

[1] R. D. Ritchmyer, K. W. Morton, *Difference methods for initial-value problem*, Interscience Tracts in Pure and Applied Mathematics, 2 (1967), §9.

[2] R. B. Debar, *Difference equations for the Legendre polynomial representation of the transport equation*, Journal of Computational Physic, 2 (1967), 197–205.

[3] L. Gosse, *Transient radiative transfer in the grey case: Well-balanced and asymptotic-preserving schemes built on Case's elementary solutions*, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 112 (2011), 1995–2012.

[4] B. Després, C. Buet, *The structure of well-balanced schemes for Friedrichs systems with linear relaxation*, <hal-01080065v2>, 2014.

Xavier VALENTIN, CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon, France
`valentinx@ocre.cea.fr`
Cédric ENAUX, CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon, France
`cedric.enaux@cea.fr`
Pauline LAFITTE, École Centrale Paris, Laboratoire MAS, Grande Voie des Vignes, 92290 Châtenay-Malabry
`pauline.lafitte@centralesupelec.fr`