

# Régularité de l'Equation de Boltzmann en domaine borné

**Yan Guo**, Brown Univ.

**Chanwoo Kim**, Univ. of Wisconsin-Madison

**Daniela Tonon**, Univ. Paris-Dauphine

**Ariane Trescases**, ENS Cachan

L'Equation de Boltzmann modélise la dynamique de gaz raréfiés hors d'équilibre, avec des applications par exemple en Ingénierie spatiale. C'est une équation cinétique, c'est-à-dire que la grandeur considérée est la densité spatiale et temporelle de particules ayant la vitesse  $v$ , notée  $f = f(t, x, v)$ . Pour dériver l'Equation de Boltzmann, on suppose que chaque particule de gaz persévère dans son mouvement à vitesse fixe à moins de rentrer en collision avec une autre particule:

$$\underbrace{\partial_t f + v \cdot \nabla_x f}_{\text{opérateur de transport}} = \underbrace{Q(f, f)}_{\text{opérateur de collision}} .$$

Introduite dans la seconde moitié du XIX<sup>eme</sup> siècle par Maxwell et Boltzmann, l'Equation de Boltzmann a depuis été l'objet de recherches mathématiques intenses. De nombreux résultats concernent l'existence de solutions fortes proches de l'équilibre ou du vide. Néanmoins, il n'existe dans la littérature pratiquement aucun résultat dans des domaines bornés quelconques dans le cadre de ces solutions fortes [?], bien que cette situation apparaisse naturellement dans les applications. Une raison est la formation de singularités au bord [?], qui rend le problème mathématiquement très délicat.

On présente ici les résultats obtenus dans [?], [?]. On considère l'Equation de Boltzmann dans un domaine borné quelconque avec conditions de réflexion diffuse aux bords. Dans le cas d'un domaine convexe, les singularités sont confinées sur le bord (rasant) du domaine: dans ce cas, grâce à l'introduction d'une distance "cinétique", nous prouvons un résultat de régularité de Sobolev pour la solution. Dans le cas d'un domaine non-convexe, les singularités se propagent à l'intérieur du domaine, rendant la singularité plus sérieuse: dans ce cas, nous prouvons la régularité  $BV$  de la solution. Ces résultats sont des résultats de régularité optimale.

## Références

- [1] Guo, Y.: Decay and Continuity of Boltzmann Equation in Bounded Domains. *Arch. Rational Mech. Anal.* 197 (2010) 713–809.
- [2] Guo, Y.; Kim, C.; Tonon, D.; T. A.: Regularity of the Boltzmann Equation in Convex Domains. *Submitted*.
- [3] Guo, Y.; Kim, C.; Tonon, D.; T. A.: BV-regularity of the Boltzmann Equation in Non-Convex Domains. *Submitted*.
- [4] Kim, C.: Formation and propagation of discontinuity for Boltzmann equation in non-convex domains. *Comm. Math. Phys.* 308 (2011) 641–701.

**Yan Guo**, DAM, Brown University, Providence, RI 02812, U.S.A.

Yan Guo@brown.edu

**Chanwoo Kim**, Department of Mathematics, University of Wisconsin-Madison, 53706-1325 WI, U.S.A.

ckim@math.wisc.edu

**Daniela Tonon**, CEREMADE, Université Paris Dauphine, Place du Marchal De Lattre De Tassigny, 75775 Paris Cedex 16 - France

tonon@ceremade.dauphine.fr

**Ariane Trescases**, CMLA, ENS Cachan, 61 Av. du Pdt. Wilson, F-94230 Cachan, France

trescase@cmla.ens-cachan.fr