

Optimisation de forme pour des problèmes de contact unilatéral en élasticité linéaire

Aymeric MAURY, Université Paris Diderot

L'optimisation de la forme d'un objet au comportement élastique, admettant sur sa frontière des zones en contact non frottant avec un autre objet supposé fixe et indéformable ou admettant des zones d'auto-contact présente la difficulté de comporter pour contraintes (d'état) des inéquations variationnelles du type: Trouver $u \in K$ tel que,

$$a(u, v - u) \leq l(v - u) \forall v \in K \quad (1)$$

où a est une forme bilinéaire symétrique, l une forme linéaire et K un cône. La dérivation de la solution u par rapport à un paramètre a été étudiée dans [?], mettant à jour son caractère non Gateaux-différentiable et introduisant la notion de dérivée conique (ou dérivée directionnelle). Dans [?], les résultats de [?] sont appliqués afin de trouver une dérivée conique de u par rapport à la forme.

L'utilisation de ces dérivées coniques au sein d'un algorithme d'optimisation nécessite d'utiliser des algorithmes de type sous-gradient. Il est alors plus simple de reformuler le problème de contact (??), comme la minimisation de la fonctionnelle $J(u) = a(u, u) - l(u)$ sur K puis d'en donner une version pénalisée sous forme d'une équation variationnelle qu'on utilise pour l'optimisation de forme. Dans [?] ce type d'approche est développé pour minimiser la compliance sous contrainte de volume à l'aide de la méthode SIMP [?].

Nous nous intéressons à l'optimisation de forme, par la méthode des levelsets [?], d'objets soumis à du contact unilatéral et de l'auto-contact. Nous reprenons le modèle de [?], montrons quelques exemples de minimisation du volume sous contrainte de compliance. Enfin nous introduisons des objectifs dépendant de la pression de contact et montrons quelques applications.

Remerciements Ce travail est soutenu par le projet RODIN (FUI AAP 13)

Références

- [1] ALLAIRE G., JOUVE F., TOADER A.-M., *A level-set method for shape optimization*, C. R. Acad. Sci. Paris, Série I, 334, 1125-1130, 2002.
- [2] BENDSOE, M.P., SIGMUND, O., *Topology optimization. Theory, Methods and Applications.*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg., 2003.
- [3] DESMORAT B., *Structural rigidity optimization with frictionless unilateral contact*, International Journal of Solids and Structures 44, 1132-1144, 2007.
- [4] MIGNOT F., *Contrôle dans les inéquations variationnelles elliptiques*, Journal of Functional Analysis, 22, 130-185, 1976.
- [5] SOKOLOWSKI J., *Introduction to shape optimization*, Springer Series in computational mathematics, 1992.