

Convergence de formes d'énergie pour un problème de transmission avec interface fractale

Thibaut DEHEUVELS, École normale supérieure de Rennes

Yves ACHDOU, LJLL, Université Paris-Diderot

On s'intéresse à un problème de transmission pour lequel le domaine intérieur Ω_{int} modélise des structures arborescentes, et peut être vu comme un modèle bidimensionnel du poumon humain. La zone d'échange entre les domaines intérieur et extérieur est modélisée par un ensemble fractal auto-similaire Γ .

On considère un problème de Poisson dans les domaines intérieurs et extérieurs, et on impose une condition de transmission du premier ordre sur l'interface Γ . De tels problèmes ont été étudiés avec des conditions du second ordre sur l'interface fractale pour des géométries plus simples où l'interface est une courbe de Koch (voir par exemple [?]).

On introduit une suite de problème de transmission pour lesquels le domaine intérieur est obtenu en arrêtant la construction auto-similaire du domaine après un nombre fini d'étapes. La condition de transmission est alors imposée sur une approximation préfractale de Γ .

On s'intéresse à la convergence des formes d'énergie associées à ces problèmes vers la solution du problème limite, au sens de Mosco [?]. La convergence des formes d'énergie implique en particulier la convergence des solutions des problèmes approchés vers la solution du problème avec interface fractale.

On commence par montrer la convergence des formes d'énergie dans le cas où la zone fractale des échanges ne présente pas d'auto-intersections. La démonstration repose sur l'existence d'un opérateur de prolongement de $H^1(\Omega_{\text{int}})$ dans $H^1(\mathbb{R}^2)$.

Dans le cas où l'interface Γ admet des points multiples, on peut montrer que le théorème de prolongement pour le domaine intérieur n'est plus vrai. On s'intéresse ici à une géométrie particulière pour laquelle la condition de transmission peut s'écrire simplement. Dans ce cas, la condition de transmission sur Γ implique une meilleure régularité de la trace sur Γ dans l'espace fonctionnel qu'on considère. On peut en déduire un résultat de prolongement qui permet de montrer la convergence des formes d'énergie.

Références

- [1] Y. ACHDOU, T. DEHEUVELS, *Convergence of energy forms for a transmission problem with fractal interface*, en préparation.
- [2] T. DEHEUVELS, *Sobolev Extension Property for Tree-shaped Domains with Self-contacting Fractal Boundary*, à paraître dans Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci. (5).
- [3] M.R. LANCIA, *A transmission problem with a fractal interface*, Z. Anal. Anwendungen 21(1) 113–133, 2002.
- [4] U. MOSCO, *Composite media and asymptotic Dirichlet forms*, J. of Functional Analysis 123(2) 368–421, 1994.

Thibaut DEHEUVELS, Campus de Ker Lann, avenue Robert Schuman, 35170 Bruz
thibaut.deheuvels@ens-rennes.fr

Yves ACHDOU, UFR de maths, Université Paris-Diderot, bureau 5D19, 175 rue du Chevaleret, 75013 Paris
achdou@math.jussieu.fr