

Improved result for the full justification of asymptotic models for the propagation of internal waves

Ralph LTEIF , Université Libanaise et Université Savoie Mont Blanc

Mots-clés : Ondes internes, Modèles asymptotiques, Stabilité, Convergence.

Dans ce travail, en commun avec Samer Israwi et Raafat Talhouk, nous nous intéressons aux modèles asymptotiques qui décrivent la propagation des ondes internes à l'interface entre deux couches de fluides non miscibles, homogènes, idéaux, incompressibles de densités différentes, soumis à la seule force de gravité. On suppose que la surface est limitée par un toit rigide et que le fond est variable. Un tel système est utilisé en océanographie, afin de modéliser les ondes internes intervenant dans de l'eau ayant des salinités différentes donc de densités différentes. Récemment plusieurs auteurs ont commencé par écrire les équations d'évolution gouvernant l'écoulement. Celles-ci peuvent être réduites à un système de deux équations d'évolution couplées située à l'interface entre les deux couches (voir [?, ?] pour le cas d'une couche, et [?] pour le cas de deux couches), appelé *système d'Euler complet*. En particulier, le problème de Cauchy du système d'Euler complet pour deux couches est bien posé en présence d'une petite tension de surface, voir [?] (existence de solutions sur une échelle de temps en accord avec des observations physiques). Cependant, l'étude théorique de ce système est extrêmement difficile. A cause de la complexité de ces équations, leurs solutions sont très difficiles à décrire et sont difficilement calculables numériquement. Ceci explique l'intérêt des *modèles asymptotiques* dans les régimes des eaux peu profondes voir [?] : on suppose que la profondeur des couches de fluides est petite par rapport à la longueur d'onde caractéristique à l'interface et d'ondes longues, on ajoute une hypothèse de petitesse des déformations à l'interface, afin de prévoir avec précision le comportement du système principal, et on suppose que certains paramètres décrivant le domaine et la nature de l'écoulement sont petits.

Le but de ce travail est de montrer que le résultat de justification rigoureuse du modèle obtenu par Duchêne, Israwi et Talhouk dans [?], peut être amélioré dans deux directions :

- la première direction est la prise compte de la topographie,
- la seconde direction annule l'hypothèse de petitesse du régime de Camassa-Holm pour les résultats d'existence et d'unicité, permettant ainsi une forte non-linéarité.

Références

- [1] J. L. BONA, D. LANNES, AND J.-C. SAUT, *Asymptotic models for internal waves*, J. Math. Pures Appl. (9), 89(6):538–566, 2008.
- [2] W. CRAIG AND C. SULEM, *Numerical simulation of gravity waves*, J. Comput. Phys, 108(1):73–83, 1993.
- [3] V. DUCHÊNE, S. ISRAWI AND R. TALHOUK, *A new fully justified asymptotic model for the propagation of internal waves in the Camassa-Holm regime*, SIAM J. Math. Anal., 47(1), 240290.
- [4] V. DUCHÊNE, S. ISRAWI AND R. TALHOUK, *Shallow water asymptotic models for the propagation of internal waves*, Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. S, 7(2):239–269, 2014.
- [5] D. LANNES, *A stability criterion for two-fluid interfaces and applications*, Arch. Ration. Mech. Anal., 208(2):481–567, 2013.
- [6] D. LANNES, *Water waves: mathematical analysis and asymptotics*, Volume 188 of Mathematical Surveys and Monographs, AMS, 2013.
- [7] V. E. ZAKHAROV, *Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid*, J. Appl. Mech. Tech. Phys., 9:190–194, 1968.