

# Approximation et Estimation des Opérateurs de Flou Variable

**Paul ESCANDE**, DMIA ISAE

**Pierre WEISS**, ITAV-USR3505

Le problème de restauration d'images dégradées par des flous variables spatialement apparaît dans plusieurs domaines tels que l'astronomie, la vision par ordinateur et la microscopie à feuille de lumière. Il connaît un attrait croissant. Les difficultés liées à ce problème sont les coûts de calculs des produits matrice-vecteur et l'estimation du flou dans l'espace. Ceci est principalement lié à la non-stationnarité du flou qui interdit la diagonalisation de l'opérateur dans le domaine de Fourier. Le nombre de coefficients à estimer et entrant en jeu dans le calcul dans la matrice codant le flou est trop conséquent.

Les méthodes les plus utilisées actuellement, sous l'hypothèse de petites variations du flou dans l'espace, reposent sur une approximation par des convolutions par morceaux de l'opérateur de flou variable [?, ?, ?]. Ces méthodes permettent de réduire la complexité des produits matrice-vecteur tout en permettant une estimation du flou dans l'espace à partir de la connaissance de quelques réponses impulsionnelles placées sur une grille cartésienne dans l'espace.

Dans un travail récent [?], inspiré de [?], nous avons proposé une méthode d'approximation des opérateurs de flou variable dans des bases d'ondelettes. Dans ces représentations, les opérateurs sont très compressibles. Ces méthodes ont de meilleures garanties théoriques car elles permettent d'exploiter la régularité du noyau. En outre, elles permettent aussi de calculer des produits matrice-vecteur avec une complexité en  $\mathcal{O}(N\epsilon^{-d/M})$  à une précision en norme spectrale  $\epsilon$ , où  $N$  est le nombre de pixels de l'image  $d$ -dimensionnelle et  $M$  est un scalaire décrivant la régularité du noyau. Ces travaux ont aussi permis de montrer que les structures des représentations des matrices en ondelettes pouvaient être pré-déterminées, ce qui permet l'estimation globale de l'opérateur à partir de quelques réponses impulsionnelles, car la dimension de l'espace de recherche est considérablement réduite.

Dans cet exposé, nous rappellerons les résultats principaux obtenus dans [?], concernant la compression d'opérateurs de flou dans des bases d'ondelettes. Puis, nous détaillerons ensuite une technique d'estimation des noyaux à partir de la connaissance de quelques réponses impulsionnelles dans le champ. Enfin, nous illustrerons cette méthodologie par des résultats expérimentaux d'interpolation d'un opérateur de flou à partir de réponses impulsionnelles arbitrairement réparties dans l'espace.

## Références

- [1] BEYLKIN, GREGORY AND COIFMAN, RONALD AND ROKHLIN, VLADIMIR, *Fast Wavelet Transform and Numerical Algorithm*, Commun. Pure and Applied Math, 1991
- [2] FAST APPROXIMATIONS OF SHIFT-VARIANT BLUR, Denis, Loïc and Thiébaud, Eric and Soulez, Ferréol and Becker, Jean-Marie and Mourya, Rahul, Preprint, 2014
- [3] ESCANDE, PAUL AND WEISS, PIERRE, *Complexity of Spatially Varying Blur Approximations. Piecewise Convolutions VS Sparse Wavelet Representations*, Preprint, 2015
- [4] NAGY, JAMES AND O'LEARY, DIANNE, *Restoring Images Degraded by Spatially Variant Blur*, SIAM Journal on Scientific Computing, 1998
- [5] HIRSCH, MICHAEL AND SRA, SUVRIT AND SCHOLKOPF, BERNHARD AND HARMELING, STEFAN, *Efficient filter flow for space-variant multiframe blind deconvolution*, CVPR, 2010
- [6] PFANDER, GOTZ AND WALNUT, DAVID, *Sampling and reconstruction of operators*, Preprint, 2014

**Paul ESCANDE**, Département Mathématiques, Informatique, Automatique (DMIA)

Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE)

Toulouse, France

paul.escande@gmail.com

**Pierre WEISS**, Institut des Technologies Avancées en Sciences du Vivant, ITAV-USR3505

Institut de Mathématiques de Toulouse, IMT-UMR5219, CNRS and Université de Toulouse

Toulouse, France

pierre.armand.weiss@gmail.com