

Simulations numériques d'un écoulement à densité variable couplé avec le transfert de chaleur en milieu poreux

Yueyuan GAO, Université Paris-Sud

Danielle HILHORST, Université Paris-Sud

Huy Cuong VU DO, Université Paris-Sud

Nous considérons un milieu poreux contenant à la fois de l'eau douce et de l'eau salée; plus précisément nous étudions un système couplé décrivant l'interaction entre écoulement et transport dans un milieu poreux, dont la densité ρ est une fonction strictement croissante de la concentration c de l'eau salée. Nous résolvons une équation parabolique non linéaire de convection-diffusion pour la concentration de sel couplée à une équation qui peut être perçue comme une équation elliptique en pression que l'on déduit en substituant la loi de Darcy (la première équation du système ci-dessous) dans la troisième équation

$$\begin{cases} \mathbf{q} = -\frac{k}{\mu}(\nabla p - \rho(c)\mathbf{g}) & \text{dans } \Omega \times [0, T], \\ \Phi \frac{\partial \rho(c)}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{q}\rho(c)) = Q_\rho & \text{dans } \Omega \times (0, T], \\ \Phi \frac{\partial (\rho(c)c)}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{q}\rho(c)c - \rho(c)\mathbf{D}\nabla c) = Q & \text{dans } \Omega \times (0, T]. \end{cases}$$

Nous associons à ces équations une variété de conditions aux limites ainsi qu'une condition initiale en concentration. Pour la discrétisation en espace, nous nous appuyons sur la méthode des volumes finis généralisés SUSHI, ce qui permet d'utiliser des éléments de volumes qui ne sont pas compatibles. Nous présentons des résultats numériques pour le calcul des solutions de deux problèmes spécifiques en dimension deux d'espace: une interface en rotation entre eau salée et eau douce et le problème de Henry; nous effectuons également des calculs pour un problème de bassin salé en dimension trois d'espace. Nous nous appuyons sur des maillages adaptatifs, basés sur des éléments de volume carrés ou cubiques.

Nous considérons ensuite le cas où des équations pour la pression, la vitesse de l'écoulement et la concentration sont couplées avec une équation pour le transfert de chaleur en milieu poreux. Le but est de pouvoir également résoudre des problèmes intervenant en thermique. Nous appliquons un schéma semi-implicite en temps combiné avec la méthode SUSHI pour la résolution numérique d'équations paraboliques de convection-diffusion pour la densité de soluté et le transport de la température ainsi que pour la pression. Nous simulons en particulier l'avancée d'un front d'eau douce assez chaude et le transport de chaleur dans un aquifère captif qui est initialement chargé d'eau froide salée. Nous utilisons des maillages adaptatifs, basés sur des éléments de volume carrés. Nos résultats numériques sont très proches de ce que l'on peut obtenir à l'aide du code de calcul SEAWAT.

Le code SEAWAT est un logiciel pour la simulation du transport d'un soluté multi-espèces et du transport de chaleur. Il combine les logiciels MODFLOW pour le calcul de l'écoulement et MT3DMS pour la résolution numérique des équations de transport de soluté. Nous proposons ici l'ébauche d'un code de calcul unique qui utilise la méthode de volumes finis généralisés SUSHI. Les éléments de volume en dimension d'espace deux ou trois peuvent être très généraux et la structure du programme est plus simple puisqu'elle s'appuie sur un code unique au lieu de deux codes couplés.

Yueyuan GAO, Laboratoire de Mathématiques, CNRS et Université Paris-Sud

91405 Orsay Cedex, France

Yueyuan.Gao@math.u-psud.fr

Danielle HILHORST, Laboratoire de Mathématiques, CNRS et Université Paris-Sud

91405 Orsay Cedex, France

Danielle.Hilhorst@math.u-psud.fr

Huy Cuong VU DO, Laboratoire de Mathématiques, CNRS et Université Paris-Sud

91405 Orsay Cedex, France

vdhuycuong@yahoo.com