

Un schéma CVFE positif pour un modèle de chimiotaxie dégénéré et anisotrope

Moustafa Ibrahim, Université de Nantes.

Clément Cancès, UPMC Université Paris 6.

Mazen Saad, École Centrale de Nantes.

Les systèmes paraboliques dégénérés non linéaires apparaissent fréquemment dans la modélisation de nombreuses applications de la vie quotidienne. Une des applications la plus répandue est la modélisation de la chimiotaxie. La chimiotaxie est le mouvement dirigé de cellules selon le gradient de concentration chimique. Le modèle de Keller-Segel [?] fournit une base pour la modélisation mathématique de la chimiotaxie, il s'agit d'un système parabolique modélisant l'interaction entre la densité de cellules et la concentration du chimioattractant.

En terme d'analyse numérique, un schéma de volumes finis [?] a été développé pour le modèle dégénéré de Keller-Segel dans un milieu homogène, où les tenseurs de diffusion sont considérés proportionnelles à la matrice identité. Toutefois, le schéma de volumes finis ne permet pas de gérer l'anisotropie sur des maillages généraux, même si la condition d'orthogonalité est satisfaite.

Récemment, l'analyse de la convergence d'un schéma volumes finis/éléments finis mixte [?] pour le modèle de Keller-Segel dégénéré et anisotrope a été étudié. Pour ce schéma, le terme de diffusion qui implique un tenseur de diffusion anisotrope et hétérogène est discrétisé sur un maillage barycentrique dual (connu sous le nom "Donald mesh") à l'aide des flux de diffusion fournis par la reconstruction des éléments finis conforme sur le maillage primal. Les termes de transport sont discrétisés par le biais d'une approche volumes finis amont sur le maillage dual. Cependant, le schéma proposé n'assure pas le principe du maximum discret que sous l'hypothèse de la positivité de la transmissibilité coefficients.

Notre motivation est un nouveau schéma CVFE non linéaire pour l'approximation du modèle de Keller-Segel dégénéré et anisotrope sur des maillages triangulaires généraux [?]. Ce schéma est basé sur une approche non standard en l'utilisation de flux numérique de Godunov pour le terme de diffusion non linéaire dégénéré, tandis que le terme de convection est approché au moyen d'un décentrage amont et d'un flux de Godunov. D'une part, le décentrage amont permet d'assurer le principe de maximum. D'autre part, le flux de Godunov assure que les solutions discrètes soient bornées sans restriction sur le maillage ni sur les coefficients de transmissibilité. Nous montrons la convergence du schéma CVFE proposé vers une solution faible. Enfin, nous présentons des tests numériques pour montrer l'efficacité, la stabilité et la robustesse du schéma.

Références

- [1] KELLER, E.F. AND SEGEL, L.A., *Model for chemotaxis.*, Journal of Theoretical Biology, vol 30, pp. 225-234. Elsevier (1971).
- [2] ANDREIANOV, B. AND BENDAHDANE, M. AND SAAD, M., *Finite volume methods for degenerate chemotaxis model*, Journal of computational and applied mathematics, vol. 235, pp. 4015-4031. Elsevier (2011).
- [3] IBRAHIM, M. AND SAAD, M., *On the efficacy of a control volume finite element method for the capture of patterns for a volume-filling chemotaxis model*, Computers & Mathematics with Applications, vol. 68, pp. 1032-1051. Elsevier (2014).
- [4] CANCÈS, C., IBRAHIM, M. AND SAAD, M., *Positive nonlinear CVFE scheme for degenerate anisotropic Keller-Segel system*, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01119210v1>.

Moustafa Ibrahim, Université de Nantes, Laboratoire de Mathématiques Jean Leray (UMR 6629 CNRS), 2 rue de la Houssinière, 44322, Nantes.

`moustafa.ibrahim@univ-nantes.fr`