Exponential stability of some wave coupled systems

Sabeur MANSOURI, Boite postale 186, 4160 Benguerdane, Tunisie

Dans cet expos, je m'interresse au problme de dcroissance exponentielle de l'nergie des solutions des systmes des ondes coupls suivants:

$$\begin{cases} u_{tt}(x,t) - \partial_x^2 u(x,t) + a(x)u_t(x,t) + \gamma\partial_{xt}^2 v(x,t) = 0, \ \ (0,1)\times\mathbb{R}_+, \\ v_{tt}(x,t) - \partial_x^2 v(x,t) + \gamma\partial_{xt}^2 u(x,t) = 0, \ \ (0,1)\times\mathbb{R}_+, \\ \partial_x u(0,t) = \partial_x u(1,t) = v(0,t) = v(1,t) = 0, \ t > 0, \\ u(x,0) = u^0(x), \ u_t(x,0) = u^1(x), \ x \in (0,1), \\ v(x,0) = v^0(x), \ v_t(x,0) = v^1(x), \ x \in (0,1), \end{cases} \tag{1}$$

o $a \in L^\infty([0,1],\mathbb{R}_+)$ vrifiant: il existe un intervalle $\omega \subset (0,1)$ de mesure de Lebesgue non nulle et un rel $a_0 > 0$ tels que

$$a(x) \geq a_0, \qquad \forall\, x \in \omega.$$

et

$$\begin{cases} u_{tt}(x,t) - \partial_x^2 u(x,t) + \gamma\partial_{xt}^2 v(x,t) = 0, \ \ (0,1)\times\mathbb{R}_+, \\ v_{tt}(x,t) - \partial_x^2 v(x,t) + \gamma\partial_{xt}^2 u(x,t) = 0, \ \ (0,1)\times\mathbb{R}_+, \\ a\partial_x u(0,t) - \partial_t u(0,t) = 0, \quad u(1,t) = 0, \quad t > 0, \\ v(0,t) = \partial_x v(1,t) = 0, \quad t > 0, \\ u(x,0) = u^0(x), \ u_t(x,0) = u^1(x), \ x \in (0,1), \\ v(x,0) = v^0(x), \ v_t(x,0) = v^1(x), \ x \in (0,1), \end{cases} \tag{2}$$

o a est un rel strictement positif.
Je vais montrer la stabilisation indirect de ces systmes dissipatifs. La premire dissipation est interne donne par un feedback born et la deuxime est frontire donne par un feedback non born.
Pour le cas du feedback born, je vais discuter des hypothses faites pour l'oprateur qui engendre l'volution et le feedback pour stabiliser exponentiellement le premier systme.
Pour le second systme, le feedback est un oprateur non born. En suivant la mthodologie de Ammari-Tuscnak, nous allons montrer que la fonction de transfert associe ce systme est borne sur un axe parallle l'axe des ordonnes. Notre tude est base, alors, sur l'obtention d'une ingalit d'observabilit du problme conservatif associ. Il consiste n'observer qu'une composante du vecteur d'tat et dduire une estimation de la solution totale. Cette ingalit est prouve en dveloppant les solutions du problme conservatif en srie de Fourier et en utilisant l'ingalit d'Ingham.

Références

[1] K. Ammari and M. Tucsnak, *Stabilization of second order evolution equations by a class of unbounded feedbacks*, ESAIM COCV., 2001.

[2] G. Chen, S. A. Fulling, F. J. Narcowich and S. Sun, *Exponential decay of energy of evolution equations with locally distributed damping*, SIAM, Vol. 51, 1991.

Sabeur MANSOURI, Institue prparatoire au études de l'ingnieur, 5000 Monastir
`m.sabeur1@gmail.com`