

# Etude d'un problème extrémal pour les vecteurs propres de certaines équations de Sturm-Liouville

Thibault Liard\*

## Abstract

On s'intéresse à une propriété de non-localisation des vecteurs propres associés à certains opérateurs de Sturm-Liouville  $-\partial_{xx} + a(\cdot)\text{Id}$ . Plus précisément, on étudie un problème extrémal de minimisation en norme  $L^2$  du  $j$ -ième vecteur propre sur la classe des sous ensembles mesurables  $V$  de  $(0, L)$  de mesures prescrites et sur celle des potentiels bornés  $0 \leq a \leq M$ . On considérera aussi le cas où la norme  $L^1$  du potentiel  $0 \leq a \leq M$  est fixée. On montrera l'existence des solutions des différents problèmes d'optimisation et on mettra en avant certaines propriétés des minimiseurs. Pour cela on donnera des conditions d'optimalité du premier ordre qui amèneront à introduire un système adjoint qu'on étudiera en détail. Finalement, on motivera notre étude par quelques conséquences en théorie du contrôle pour l'équation des ondes. Il s'agit d'un travail en collaboration avec Pierre Lissy et Yannick Privat.

---

\*Université Pierre et Marie Curie (Univ. Paris 6), CNRS UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France ([thibault.liard@upmc.fr](mailto:thibault.liard@upmc.fr)).