

# Existence globale pour un problème d'intrusion marine : Comparaison entre l'approche d'interface nette et celle d'interface diffuse.

Ji Li, Université du Littoral Côte d'Opale, CALAIS

## Résumé

Dans les zones côtières, qui sont des zones très peuplées, l'extraction intensive de l'eau douce entraîne une dépression locale de la nappe phréatique provoquant des problèmes d'intrusion marine. Afin d'obtenir une exploitation optimale de l'eau douce et aussi pour contrôler l'intrusion marine dans les aquifères côtiers, nous avons besoin de développer des modèles efficaces et précis qui simulent le transport du front d'eau salée.

Nous distinguons deux cas importants: le cas de l'aquifère libre et celui de l'aquifère confiné. Dans chaque cas, l'aquifère est délimitée par deux couches dont la couche inférieure est supposée imperméable. La surface supérieure est aussi supposée être imperméable dans le cas confiné alors qu'elle est perméable dans le cas non confiné (l'interface entre les zones saturée et insaturée est donc libre).

La base de la modélisation est la loi de conservation de la masse pour chaque espèce (eau douce et eau salée) combinée avec la loi de Darcy classique pour les milieux poreux.

Dans ce travail, nous avons essentiellement choisi d'adopter la simplicité de l'approche de l'interface nette. Cette approche est basée sur l'hypothèse que les deux fluides sont immiscibles et ainsi chaque fluide est confiné dans une partie bien définie du domaine séparé par une interface abrupte, appelée interface nette. Nous supposons donc qu'aucun transfert de masse ne se produit entre la zone douce et la zone salée et que les effets de type, pression capillaire sont négligés (cf. *par exemple* [?], [?], [?]). Bien sûr, ce type de modèle ne décrit pas le comportement de la zone de transition réelle, mais donne des informations concernant le mouvement du front d'eau salée.

Comme dans [?], nous pouvons combiner cette approche d'interface abrupte avec celle découlant de la donnée d'une fonction de phase pour décrire les trois zones (eau douce, eau salée et zone de mélange) tel que cela est utilisé dans les modèles de type Allen-Cahn dans le contexte fluide-fluide. Cela revient à supposer l'existence d'une interface diffuse entre l'eau douce et l'eau salée (voir *par exemple* [?] [?] [?]). Le même processus est appliqué pour modéliser la transition entre les zones saturée et non saturée.

D'un point de vue théorique, dans le cas non confiné, nous établissons deux avantages résultant de l'addition des zones diffuses par rapport à l'approximation interface nette:

Si les interfaces diffuses sont toutes deux présentes, le système a une structure parabolique, il n'est donc plus nécessaire d'introduire des termes visqueux dans une étape préliminaire de point fixe pour traiter la dégénérescence comme c'est le cas dans l'approche interface nette.

Mais l'atout principal est que nous pouvons démontrer maintenant un principe du maximum plus efficace et logique du point de vue de la physique, qui ne peut pas être établi dans le cas de l'approximation de l'interface nette.

En revanche ce dernier point n'est plus valide dans le cas confiné. En effet, nous avons besoin de supposer une épaisseur d'eau douce strictement positive à l'intérieur de l'aquifère pour assurer une estimation uniforme dans l'espace  $L^2$  du gradient de la charge hydraulique d'eau douce. Cette condition artificielle est toujours nécessaire dans le cas de l'interface diffuse. Le principe du maximum établi est alors identique dans les deux cas.

La première partie de l'exposé est consacrée aux modèles et leur dérivation: nous modélisons l'évolution de l'épaisseur  $h$  de l'interface entre l'eau douce et l'eau salée et de la charge hydraulique d'eau douce dans le cas confiné et de  $h$  et  $h_1$ , l'interface entre la zone saturée et insaturée dans le cas non confiné. Les modèles résultants consistent en un système couplé d'edps non linéaires de type parabolique dans le cas de l'aquifère libre et d'un système couplé d'edps non linéaires de type elliptique-parabolique dans le cas de l'aquifère confiné. Dans la seconde partie de l'exposé nous donnons les résultats d'existence globale en temps dans les deux cas suivants: le cas confiné avec l'approche interface diffuse et le cas non confiné avec l'approche interface nette.

## Références

- [1] M. Alfaro, D. Hilhorst, M. Hiroshi, *Optimal interface width for the Allen-Cahn equation*, RIMS Kokyuroku, 1416, 148–160, 2005.
- [2] J. Bear, A.H.D. Cheng, S. Sorek, D. Ouazar, I. Herrera, *Seawater intrusion in coastal aquifers: Concepts, Methods and Practices*, Kluwer Academic Pub, 1999.
- [3] J. Bear, A. Verruijt, *Modelling groundwater flow and pollution*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland, 1987.
- [4] J. Bear; *Dynamics of Fluids in Porous Media*, Elsevier, 1972.
- [5] J. W. Cahn and J. E. Hilliard, *Free energy of non-uniform systems. I. Interfacial free energy*, J. Chem. Phys., 28, 258–267, 1958.
- [6] C. Choquet,, M. M. Diédhiou, C. Rosier, *Derivation of a seawater intrusion in a free aquifer with sharp-diffuse interface*, submitted.
- [7] M. Dubé, M. Rost, K. R. Elder, M. Alava, S. Majaniemi, and T. Ala-Nissila, *Liquid Conservation and Nonlocal Interface Dynamics in Imbibition*, Phys. Rev. Lett., Vol. 83 (8), 1628–1631, 1999.