

# Modèle et schéma numérique pour les écoulements compressibles réactifs prémélangés

Dionysios Grapsas, Aix-Marseille Université

**Mots-clés** : Equations d'Euler compressible réactif, volumes finis, maillages décalés

Nous nous intéressons à un modèle d'écoulement réactif prémélangé, construit pour utiliser un calcul explicite de la position du front de flamme par une technique de type level-set, tout en conservant les équations de bilan de masse pour chacune des espèces chimiques sous leur forme originelle. Le système d'équations aux dérivées partielles obtenu couple les équations d'Euler avec les équations de la chimie, qui s'écrivent

$$\partial_t(\rho y_i) + \operatorname{div}(\rho y_i \mathbf{u}) = \frac{1}{\varepsilon} \dot{\omega}_i, \quad i = 1, \dots, M, \quad (1a)$$

$$\partial_t G + \mathbf{u} \cdot \nabla G + u_F |\nabla G| = 0, \quad (1b)$$

où  $\rho$  est la masse volumique,  $y_i$  est la fraction massique de l'espèce  $i$ ,  $i = 1, \dots, M$ ,  $\mathbf{u}$  est la vitesse de l'écoulement,  $u_F$  est la vitesse de front de flamme et  $G$  la fonction indicatrice du front ( $G < 0.5$  dans les gaz brûlés, et  $G \geq 0.5$  dans les gaz frais). Le problème est posé sur  $\Omega \times (0, T)$ , où  $\Omega$  est un ouvert de  $\mathbb{R}^d$ ,  $d = 1, 2, 3$  (voir [1] pour la définition de la vitesse de convection). Les espèces chimiques sont supposées suivre la même loi de gaz parfait  $p = (\gamma - 1)\rho e$ , avec le même coefficient  $\gamma > 1$ .

Lorsque la vitesse de réaction devient grande, on obtient un problème limite pour lequel le problème de Riemann peut être résolu [1]. Ce modèle consiste (en ce qui concerne les bilans d'espèces, seule partie affectée par le passage à la limite) en un ensemble d'équations de transport non réactif pour les espèces  $\tilde{y}_i$  initialement présentes dans l'écoulement:

$$\partial_t(\rho \tilde{y}_i) + \operatorname{div}(\rho \tilde{y}_i \mathbf{u}) = 0, \quad i = 1, \dots, M. \quad (2)$$

La composition du mélange est déduite des  $\tilde{y}_i$  et de  $G$  (réaction totale si  $G < 0.5$  et composition initiale sinon).

On discrétise le problème par une méthode de volumes finis sur maillage décalé et un schéma en temps à pas fractionnaire [2, 3]. Le schéma préserve les bornes physiques des inconnues : positivité de la masse volumique, de l'énergie interne et de la pression, fractions massiques comprises entre 0 et 1. Il conserve l'intégrale de l'énergie totale, et garde pression et vitesse constantes au travers des contacts pour la loi d'état considérée.

Sur le plan théorique, nous démontrons que pour  $\rho$  et  $\mathbf{u}$  donnés, la solution du schéma converge, lorsque la vitesse de réaction tend vers  $+\infty$ , vers la solution du schéma naturel pour le modèle asymptotique. Les tests numériques effectués sur le système complet confirment que les solutions du schéma convergent, lorsque le pas de discrétisation tend vers 0 et toujours dans la limite d'une chimie infiniment rapide, vers la solution du problème de Riemann du problème asymptotique.

## Références

- [1] A. Beccantini, and E. Studer, The reactive Riemann problem for thermally perfect gases at all combustion regimes, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 2010 ; **64**:269–313.
- [2] R. Herbin, J.-C. Latché, and W. Kheriji. On some implicit and semi-implicit staggered schemes for the shallow water and euler equations. *M2AN*, 48:18071857, 2014.
- [3] D. Grapsas, R. Herbin, J.-C. Latché, and W. Kheriji. An unconditionally stable Finite Element-Finite Volume pressure correction scheme for the compressible Navier-Stokes equations, *submitted*.

**Dionysios Grapsas**, Aix-Marseille Université, CNRS, Centrale Marseille, I2M UMR 7373, 39 rue Joliot Curie, 13453 Marseille

dionysios.grapsas@univ-amu.fr