

Reconstruction de volumes à partir de coupes planaires par méthode de champ de phases.

François DAYRENS, Université Lyon 1

Élie BRETIN, INSA Lyon

Simon MASNOU, Université Lyon 1

Comment reconstruire un domaine de \mathbb{R}^N si l'on n'en connaît que des coupes planaires ? Ce problème est évidemment mal posé et nous proposons de choisir pour solutions les domaines qui vérifient les contraintes de coupes et dont le bord minimise une énergie d'interface du type périmètre ou énergie de Willmore. Nous utilisons une méthode de champ de phases pour la résolution numérique de ce problème d'optimisation sous contraintes. Le principe est de relaxer le problème initial en introduisant des approximations des énergies géométriques considérées. Par exemple, dans le cas particulier du périmètre, Modica et Mortola ont démontré que l'énergie de Cahn-Hilliard

$$\int \left(\frac{\varepsilon}{2} |\nabla u|^2 + \frac{1}{\varepsilon} W(u) \right) dx$$

Γ -converge vers le périmètre (modulo une constante multiplicative), en désignant par W un potentiel double puits et ε un paramètre d'approximation. Un résultat analogue existe pour l'approximation de l'énergie de Willmore en dimensions 2 et 3.

La difficulté du problème tient au fait que les contraintes sont imposées sur des ensembles de codimension 1 qui influent sur l'énergie limite d'une suite de configurations minimisantes. Nous montrons ainsi, dans le cas du périmètre, un résultat de Γ -convergence vers une énergie limite incluant des termes de pénalisation supplémentaires dus aux coupes. Nous proposons ensuite des simulations numériques pour le périmètre et l'énergie de Willmore qui illustrent le potentiel de notre approche.

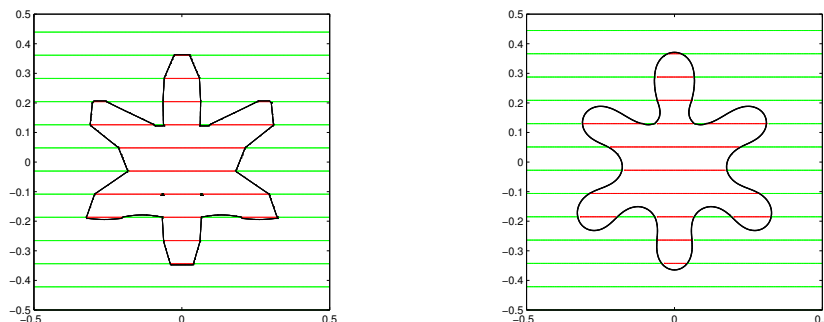


Figure 1: Exemples de reconstruction en 2D d'un domaine E à partir de coupes parallèles, à gauche en utilisant le périmètre et à droite avec l'énergie de Willmore.

François DAYRENS, Institut Camille Jordan, Université Claude Bernard Lyon 1, 43 boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne cedex

dayrens@math.univ-lyon1.fr

Élie BRETIN, Institut Camille Jordan, INSA Lyon, 20 Avenue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne cedex

elie.bretin@insa-lyon.fr

Simon MASNOU, Institut Camille Jordan, Université Claude Bernard Lyon 1, 43 boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne cedex

masnou@math.univ-lyon1.fr