Etude de modèles de chimiotactisme à deux espèces

Casimir EMAKO, UPMC, LJLL

Nicolas Vauchelet, UPMC, LJLL

Luis Almeida, CNRS, LJLL

Mots-clés : chimiotactisme, équation cinétique, limites diffusive et hyperbolique

Le chimiotactisme est le mouvement collectif des cellules sous l'influence de substances chimiques appelées chimioattracteurs. Plusieurs travaux ont été consacrés à la description de ce phénomène dans le cas d'une population à une espèce de cellules. Selon le point de vue de description utilisé (microsocpique ou macroscopique), différents types de modéles ont été considérés dans [1]. Dans [2], le modèle macroscopique étudié permet d'expliquer la migration des bactéries E.Coli dans un canal rectangulaire.

Dans ce travail, on s'intéresse à l'analyse des modèles de chimiotactisme à deux espèces de cellules. On y présente les deux classes de modèles citées ci-haut. Afin de décrire le comportement individuel des bactéries, le système suivant a été considéré:

$$\begin{cases} \partial_t f_i + v \cdot \nabla_x f_i = \displaystyle\int_V \left(T_i[S](x,v,v',t) f_i(x,v',t) - T_i[S](x,v',v,t) f_i(x,v,t) \right) dv', \\ f_i(x,v,t=0) = f_i^{ini}(x,v), \quad \text{pour } i = 1,2, \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} \delta \partial_t S - \Delta S + S = \displaystyle\int_V f_1(x,v,t) dv + \int_V f_2(x,v,t) dv := \rho_1(x,t) + \rho_2(x,t), \quad \delta = 0,1, \\ S(x,t=0) = 0, \qquad\qquad \text{si } \delta = 1, \end{cases} \tag{2}$$

où $f_i(x,v,t)$ désigne la distribution de bactéries au point $x \in \mathbb{R}^d$ de vitesse $v \in V$ au temps t avec i le numéro de l'espèce et $S(x,t)$ la concentration de la substance chimique en x au temps t.
A partir de ce modèle microscopique, on en déduit les modèles parabolique et hyperbolique soit par limite diffusive (voir [3]) ou hyperbolique. Le modèle parabolique permet d'expliquer la migration de deux espèces de bactéries montrée expérimentalement, où en fonction de la proportion de l'espèce de bactérie la plus rapide une migration collective ou séparée des deux espèces est observée. De plus, ce comportement est aussi présent dans le modèle hyperbolique dans lequel après l'explosion en temps fini de la solution classique, les masses de dirac des deux espèces interagissent et vont ensemble ou séparément.

Références

[1] Benoit Perthame. PDE models for chemotactic movements: parabolic, hyperbolic and kinetic. *Appl. Math.*, 49(6):539–564, 2004.

[2] Jonathan Saragosti, Vincent Calvez, Nikolaos Bournaveas, Axel Buguin, Pascal Silberzan, and Benoît Perthame. Mathematical description of bacterial traveling pulses. *PLoS Comput. Biol.*, 6(8):e1000890, 12, 2010.

[3] Casimir Emako, Luis Almeida and Nicolas Vauchelet. Existence and diffusive limit of a two-species kinetic chemotaxis model. *Kinetic Related Models*, 8(2):359–380, 2015

Casimir EMAKO, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France
emako@ann.jussieu.fr
Nicolas Vauchelet, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France
vauchelet@ann.jussieu.fr
Luis Almeida, CNRS,UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France
luis@ann.jussieu.fr